

Opća mehanika

Antonia Jaguljnjak Lazarević

Zavod za rudarstvo i geotehniku
Rudarsko-geološko-naftni fakultet
Sveučilište u Zagrebu

listopad, 2013.

- **OPĆA MEHANIKA, III. semestar, satnica: 60+45, ECTS: 8,5**
- **Uvjeti za dobivanje potpisa :**
 - uredno pohađanje predavanja i vježbi (maksimalno četiri izostanka s predavanja i dva izostanka s vježbi),
 - predaja svih programa na vrijeme,
 - na svakom kolokviju ostvareno najmanje **3,5** boda.

Studenti koji imaju pozitivnu ocjenu iz oba kolokvija, na vrijeme predane programe i uredno pohađanje predavanja i vježbi oslobođeni su pismenog dijela ispita. Usmeni mogu polagati na jednom od zimskih ispitnih rokova.

- **Potpis iz Opće mehanike je uvjet za slušanje Otpornosti materijala**

Ukratko o sadržaju nastave

- **uvod:** temeljni principi i definicije osnovnih pojmova u mehanici,
- **statika materijalne točke:** rezultanta i ravnoteža konkurentnog sustava sila,
- **statika krutog tijela:** rezultanta i ravnoteža prostornog sustava sila, uvjeti ravnoteže uz djelovanje trenja,
- **ravnoteža elementarnih štapnih sustava za djelovanja u ravnini:**
pojam i definicija unutarnjih sila, rešetka, prosta greda, greda s prepustom, konzola,
- **ravni nosači sastavljeni iz više štapova:** Gerberov nosač,
- **kinematika:** materijalne točke i krutog tijela,
- **dinamika:** materijalne točke i krutog tijela.

MEHANIKA - znanost o zakonitostima i uzrocima gibanja
ili

- znanost o općim zakonima ravnoteže i
gibanja tijela izloženih djelovanju sila

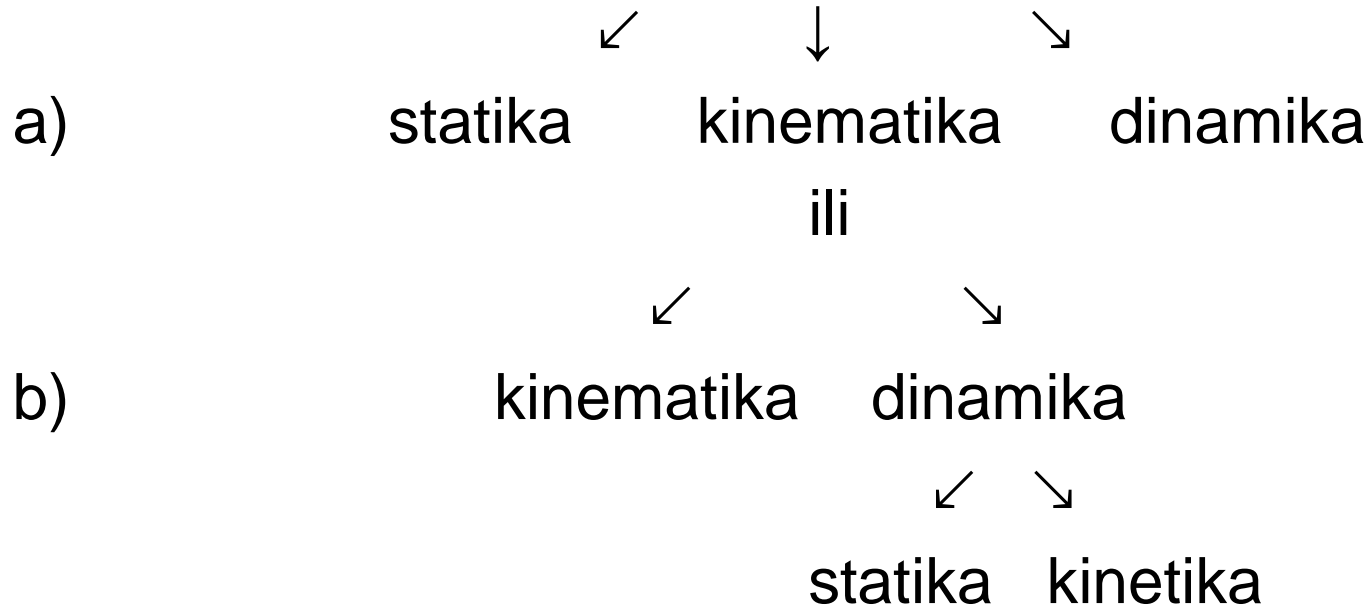
osnovni pojmovi: prostor, vrijeme, masa, sila

■ prostor
■ vrijeme
■ masa

} međusobno nezavisni

■ sila: povezana s prostorom, vremenom i masom preko
Newtonovih aksioma

1. Podjela mehanike prema zadaći koju treba riješiti:



- **statika:** opisuje ponašanje nepomičnog materijalnog tijela na koje djeluju sile neovisno o vremenu
- **kinematika:** opisuje geometriju gibanja ne tražeći uzroke toga gibanja
- **dinamika:** traži zakone gibanja tijela koje je pod djelovanjem sila ovisnih o vremenu

Način proračuna inženjerskih konstrukcija
realni (fizikalni) problem



matematički model

uvodimo nužne aproksimacije zbog idealizacija:

- fizikalno-mehaničkih svojstava materijala: kontinuum, homogen, izotropan
- veza naprezanja – deformacije: materijalna linearnost
- veza pomak – deformacija: geometrijska linearnost
- nosivih elemenata: uvođenje podmodela štap, ploča, ...
- uvjeta oslanjanja i veza među nosivim elementima
- vanjskih djelovanja: statičkih i dinamičkih

■ formulacija problema:

sustav diferencijalnih ili integralnih jednadžbi s rubnim uvjetima

↓ jednostavni sustavi

↓ složeni sustavi

analitičko rješenje



numerički model

numeričko modeliranje i postupci proračuna

uvode dodatne aproksimacije:

- diskretizacija područja proračuna (gubimo kontinuum)
- sustav jednažbi s konačnim brojem nepoznanica
- numeričko rješavanje sustava i konačna aritmetika računala



eksperimentalne metode

- jedino eksperimentalno dobivamo vrijednosti nekih parametara proračuna
- zbog velikog broja pretpostavki koje uvodimo u analitički/numerički model često je potrebno eksperimentalnim metodama potvrditi računске vrijednosti pomaka/deformacija/naprezanja



izvedena konstrukcija -stvarni pomaci/deformacije/naprezanja

Idealizacija realnog čvrstog tijela



apsolutno kruti (nedeformabilni)
kontinuum: statika, kinematika,
dinamika



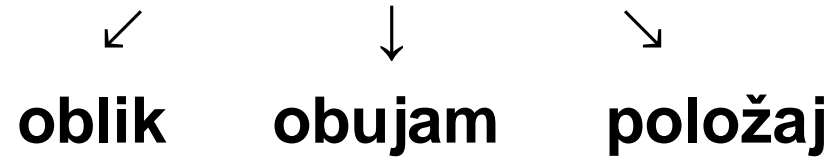
deformabilni kontinuum:
otpornost materijala

- realno tijelo: omeđeni prostor ispunjen diskretno raspoređenom materijom,
- kontinuum: matematička idealizacija, sredina u kojoj su fizikalna svojstva neprekinuto raspoređena, beskrajna djeljivost
- apsolutno kruto tijelo: ne mijenja oblik i volumen pod djelovanjem sila
- materijalna točka: za proračun nisu potrebne dimenzije tijela

2. Podjela mehanike prema materijalnim i geometrijskim svojstvima predmeta analize:

- mehanika materijalne točke
 - mehanika apsolutno krutog (nedeformabilnog) tijela
 - mehanika deformabilnih tijela
 - mehanika fluida (tekućina i plinova)
-
- mehaniku apsolutno krutog i deformabilnog tijela nazivamo još i mehanikom čvrstih tijela

Osnovna svojstva tijela



- promjena oblika i/ili obujma naziva se deformacijom
- promjena položaja naziva se gibanjem
- za deformaciju i/ili gibanje potrebna je **sila**
- sila je fizikalna veličina kojom se opisuje uzajamno djelovanje tijela

Idealizacija djelovanja na tijelo/točku:

- djelovanje (koncentrirano) na malu površinu:

koncentrirana sila – vektor [N]

- djelovanje distribuirano po:
 - dužini [N/m] ↘
 - površini [N/m²] → vektorske funkcije
 - volumenu [N/m³] ↗

- podjela sila prema dometu:

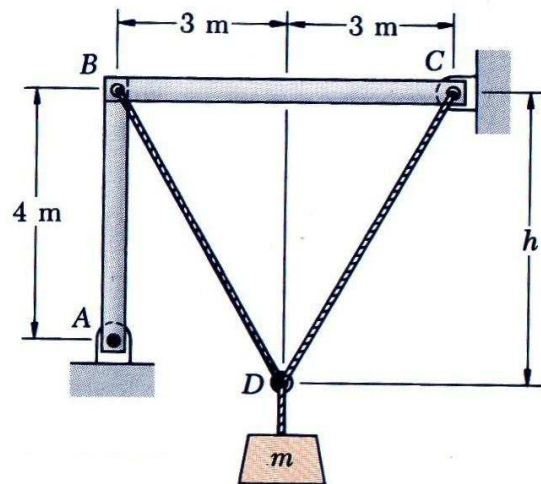
- sile kratkog dometa: djelovanje dodirom, raspodijeljena su po većoj ili manjoj površini
- sile dalekog dometa: gravitacijska - raspodijeljena po obujmu tijela, u proračunu se koristi rezultanta djelovanja

Primjer djelovanja koncentriranog na malu površinu:

vlastita težina

$$m = 4 \text{ (t)}$$

$$G = m \cdot g = 4000 \cdot 10 = 40\ 000 \text{ (N)} = 40 \text{ kN}$$



$$m = 40 \text{ (kg)}$$

$$G = m \cdot g = 40 \cdot 10 = 400 \text{ (N)}$$



Primjer djelovanja distribuiranog po dužini:

vlastita težina jednog (dužnog) metra grede pravokutnog poprečnog presjeka dimenzija $b/h=25/40$ (cm)

- materijal **AB** , $\rho_{AB} = 2500$ (kg/m³)

$$q = A \cdot \rho_{AB} \cdot g = 0,25 \cdot 0,40 \cdot 2500 \cdot 10 = 2500 \text{ (N/m)} = 2,5 \text{ (kN/m)}$$

- materijal **drvo** , $\rho_{drvo} = 600$ (kg/m³)

$$q = A \cdot \rho_{drvo} \cdot g = 0,25 \cdot 0,40 \cdot 600 \cdot 10 = 600 \text{ (N/m)} = 0,6 \text{ (kN/m)}$$

- materijal **čelik** , $\rho_{\check{c}} = 7850$ (kg/m³), iz tablica za IPN 400: $A = 118,0$ cm²

$$q = A \cdot \rho_{\check{c}} \cdot g = 118,0 \cdot 7850 \cdot 10 = 926,3 \text{ (N/m)} = 0,926 \text{ (kN/m)}$$



Primjer djelovanja distribuiranog po površini:

vlastita težina jednog kvadratnog metra AB ploče poprečnog presjeka:

AB 12 (cm)
cementni namaz 1 (cm)
keramičke pločice 2 (cm)

vlastita težina AB ploče $0,12 \cdot 2,50 \cdot 10 = 3,00$ (kN/m²)
vlastita težina cem. nam. $0,01 \cdot 2,10 \cdot 10 = 0,21$ (kN/m²)
vlastita težina pločica $0,02 \cdot 2,00 \cdot 10 = 0,40$ (kN/m²)
ukupno stalno opterećenje $g = 3,61$ (kN/m²)

Primjer djelovanja distribuiranog po volumenu:

vlastita težina jedinične kocke :

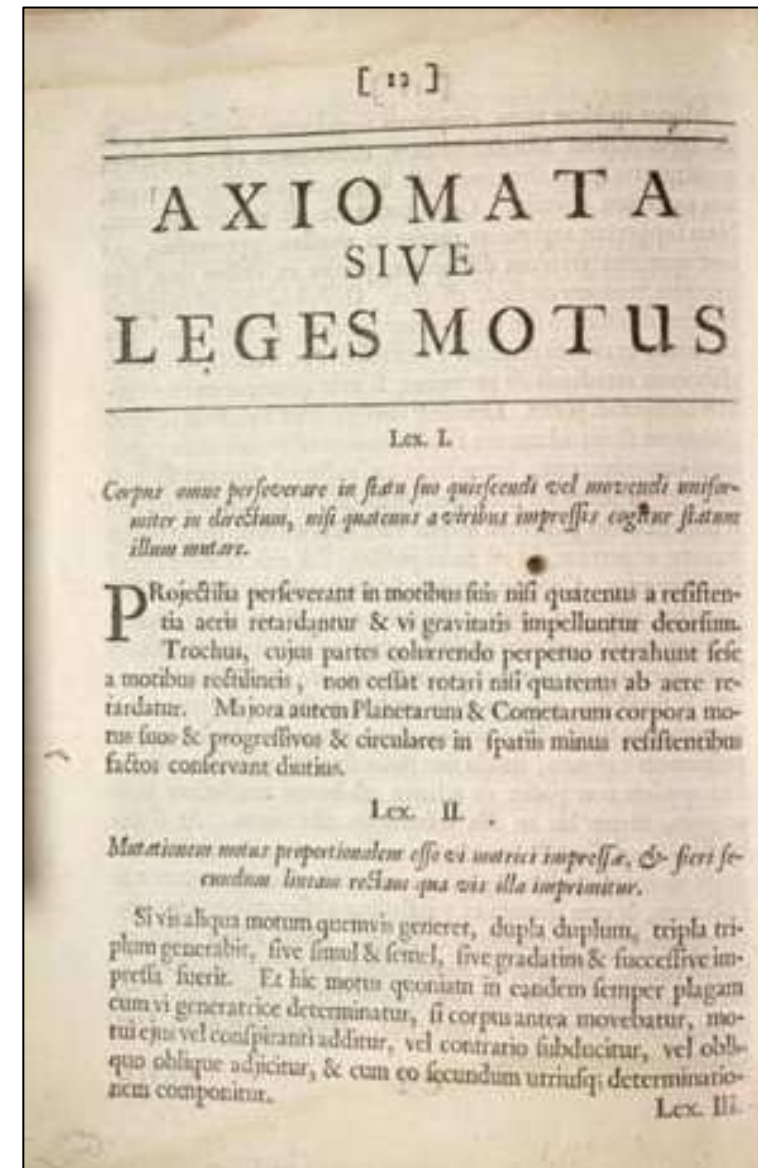
- za AB $2,50 \cdot 10 = 25,0$ (kN/m³)
- za drvo $0,60 \cdot 10 = 6,0$ (kN/m³)

Temeljni zakoni klasične mehanike

Newtonovi aksiomi

aksiom – polazna tvrdnja koje se ne dokazuje temelji se na iskustvu i prihvaća se istinitom bez dokazivanja

Isaac Newton:
Philosophiae naturalis
principia mathematica, 1687.



I. aksiom – zakon tromosti:

- svako tijelo ostaje u stanju mirovanja ili jednolikog gibanja po pravcu sve dok pod djelovanjem vanjskih sila ne promijeni svoje stanje gibanja (Galilejevo načelo inercije).

II. aksiom – zakon sile:

- promjena količine gibanja proporcionalna je sili koja djeluje i odvija se u smjeru pravca u kojem djeluje sila.

III. aksiom – zakon akcije i reakcije:

- svakom djelovanju postoji uvijek suprotno i jednoliko protudjelovanje, odnosno dva tijela djeluju jedno na drugo istim silama suprotnih smjerova.

Pobliže o II. aksiomu

- promjena količine gibanja proporcionalna je sili koja djeluje i odvija se u smjeru pravca u kojem djeluje sila

- vektorski:
$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$$

- za sustave u kojima je masa tijela uključenog u razmatranje konstantna:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F} \quad \Rightarrow \quad m_{troma} = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}$$

- troma masa – mjera tromosti tijela kojom se ono opire promjeni gibanja pri djelovanju sile

Newtonov zakon opće gravitacije

- određuje privlačnu silu između svih tijela koja imaju masu
- izričaj zakona: svaka materijalna čestica privlači drugu materijalnu česticu silom koja je proporcionalna produktu njihovih masa, a obrnuto proporcionalna kvadratu međusobne udaljenosti. Sila djeluje na pravcu spojnice tih čestica.
- sila kojom masa m_1 privlači masu m_2 (vektorski) :

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}, \quad G \approx 6,6725985 \cdot 10^{-11} \left[m^3 kg^{-1} s^{-2} \text{ ili } Nm^2 kg^{-2} \right]$$

univerzalna gravitacijska konstanta

vrijednost određena eksperimentalno (H.Cavendish, 1798.)

- težina tijela mase m na površini Zemlje:

$$F = G \frac{m_Z}{R^2} \cdot m = g \cdot m \Rightarrow m_{teška} = \frac{F}{g} \cdot \text{teška ili gravitacijska masa: svojstvo materije zbog kojega svako tijelo djeluje privlačnom silom na neko drugo tijelo}$$

- **skalari:** veličine potpuno određene samo realnim brojem
npr. masa, temperatura, rad, energija, ...
iznos (mjerni broj) uz mjernu jedinicu
- **vektori:** veličine koje za svoju potpunu definiciju traže
iznos i smjer , npr. sila, brzina, ubrzanje,
gravitacijsko polje, električno polje, ...

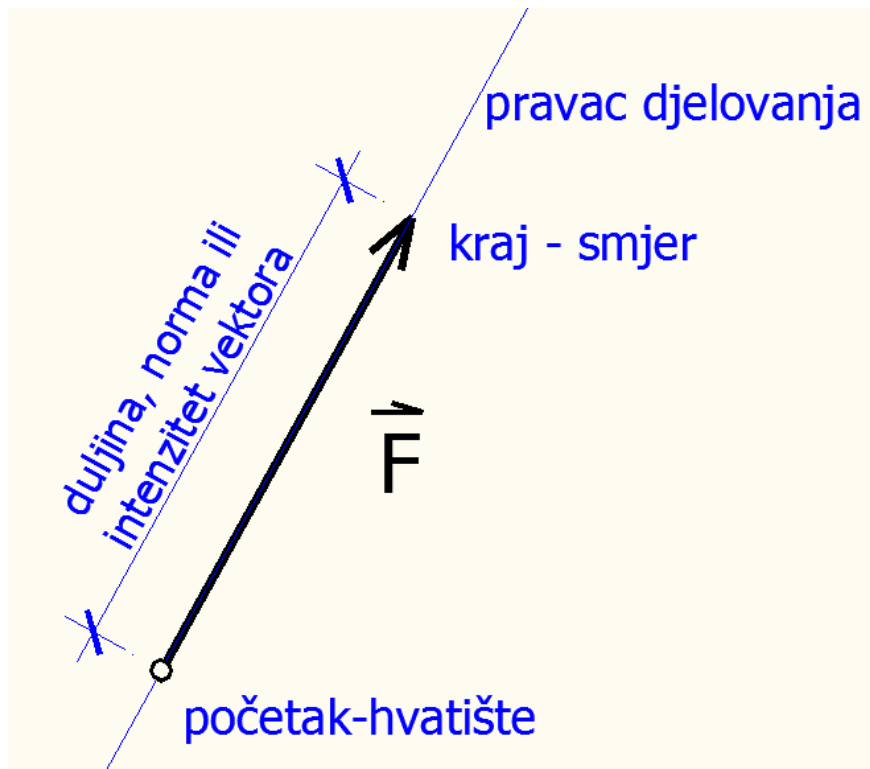
iznos (mjerni broj) i smjer uz mjernu jedinicu

(vektor, *vector*, *vecteur*, *Vektor*, *βεκτωρ*)

- vektorske veličine geometrijski prikazujemo usmjerenom
(orijentiranom) dužinom

Osobitosti vektorskih oznaka i računa

- vektorska analiza koju danas koristimo uvedena je potkraj IXX. stoljeća
- tvrdnje uz pomoć vektora možemo iznositi i bez uvođenja koordinatnog sustava
- izricanje zakona fizike pomoću vektora ne ovisi o izboru koordinatnog sustava
- vektorsko označavanje sažeto je i jasno



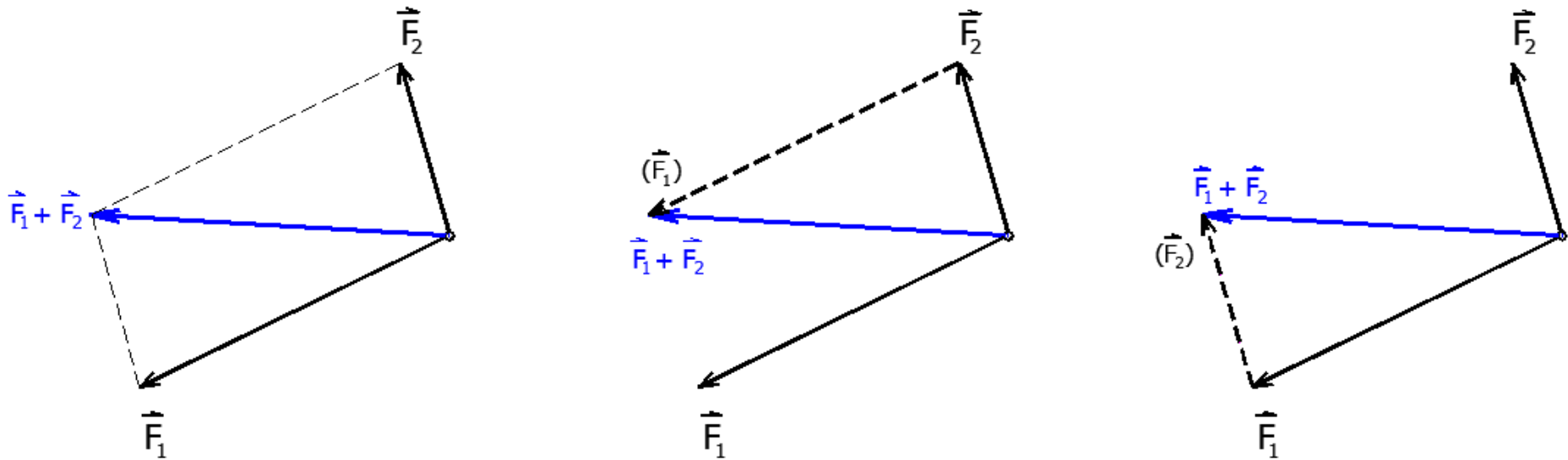
- primjer oznaka vektora:

$$\vec{F} \text{ ili } \mathbf{f}$$

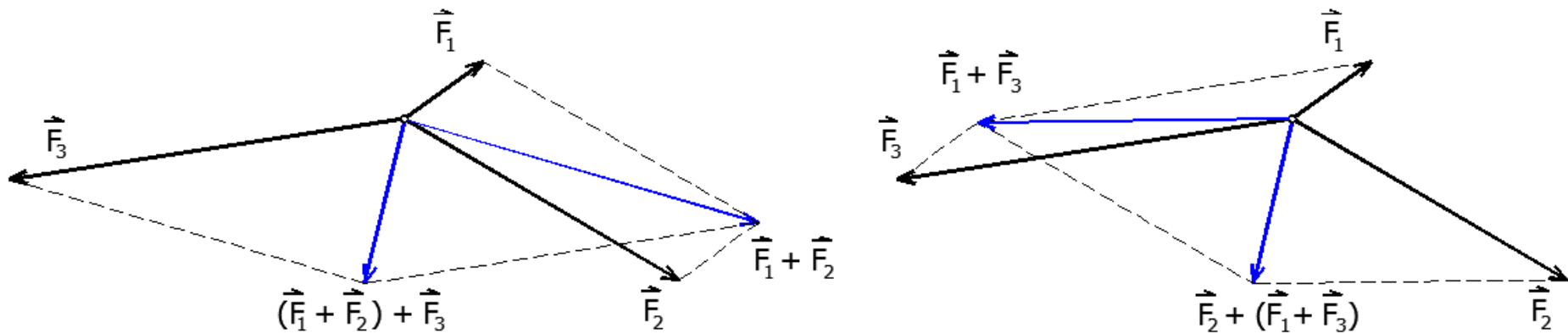
- intenzitet vektora - skalar:

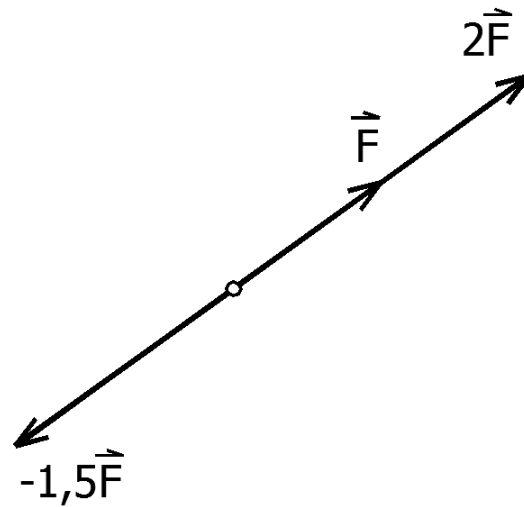
$$|\vec{F}|, |\mathbf{f}|, f$$

Zbrajanje vektora : sastavljanje ili kompozicija vektora



- svojstva zbrajanja vektora: komutativnost i asocijativnost

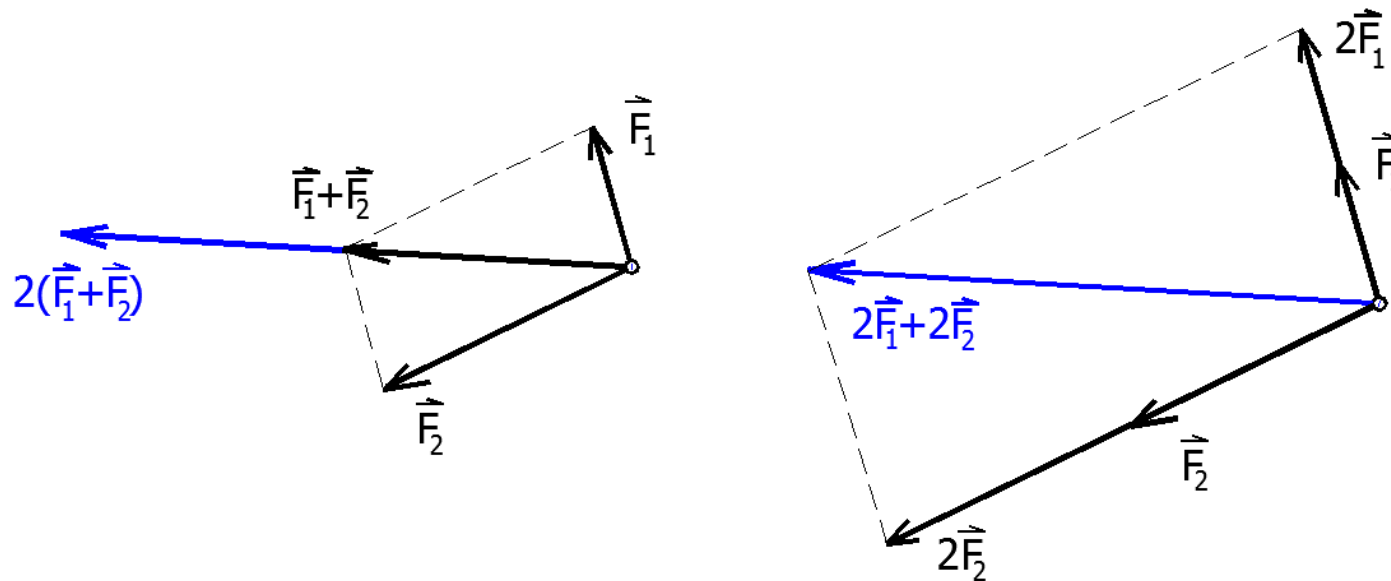




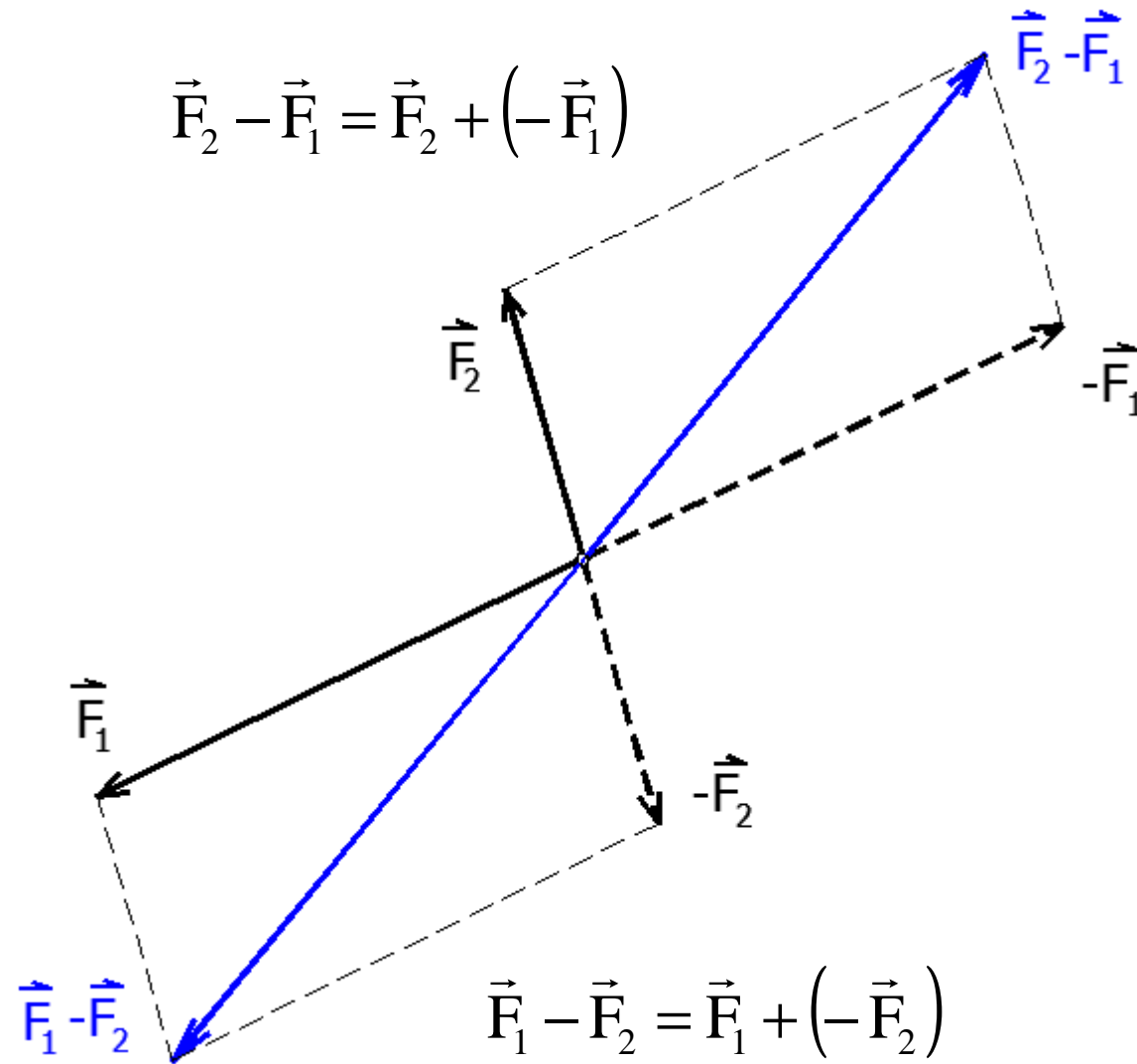
- množenje vektora skalarom:

$$n \cdot \vec{F}$$

- svojstvo distributivnosti: $n \cdot (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = n \cdot \vec{F}_1 + n \cdot \vec{F}_2$

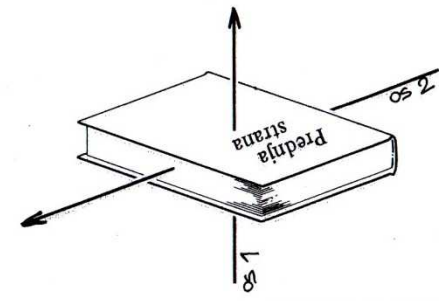
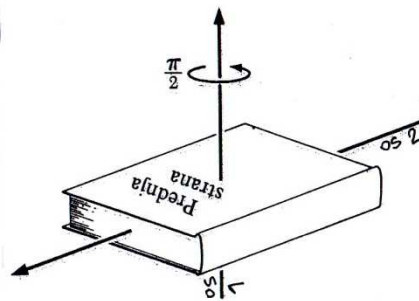
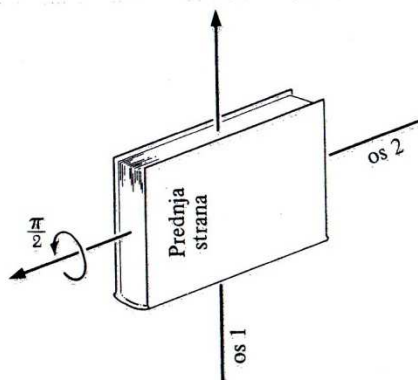
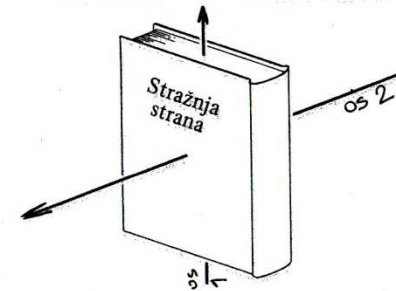
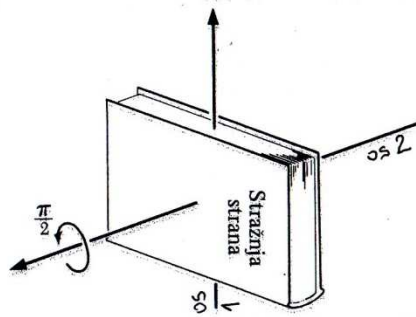
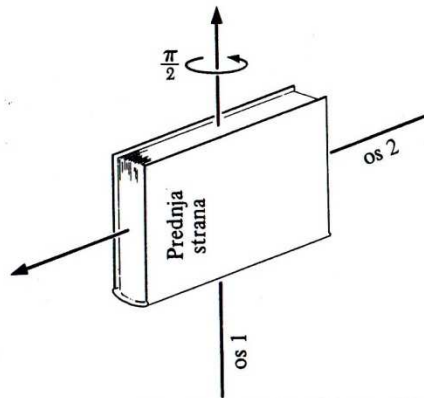


- vektorska razlika:



Uvjeti koje vektori moraju zadovoljiti:

- pravilo (parcijalnog) paralelograma za zbrajanje,
- iznos i smjer vektora ne smije ovisiti o izboru koordinatnog sustava
- konačne rotacije: primjer veličine koja ima iznos i smjer ali nije vektor



Vektorski produkt

- definicija: $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$
- rezultat vektorskog produkta je vektor okomit na ravninu koju definiraju zadani vektori,
- intenzitet vektorskog produkta jednak je površini paralelograma kojeg razapinju zadani vektori:

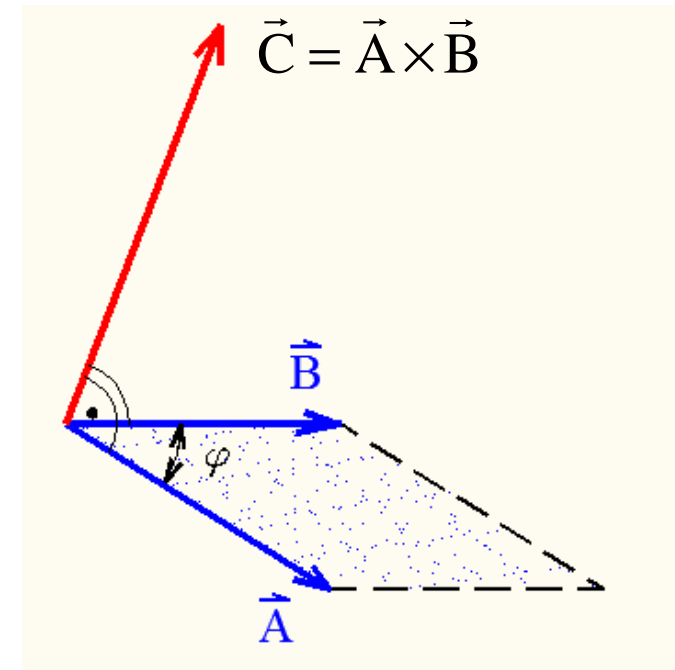
$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{B} \times \vec{A}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin \varphi$$

- smjer vektorskog produkta prema pravilu desnog vijka (pravilo desne ruke)
- vektorski produkt nije komunitativan:

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

- vektorski produkt iščezava ako je:

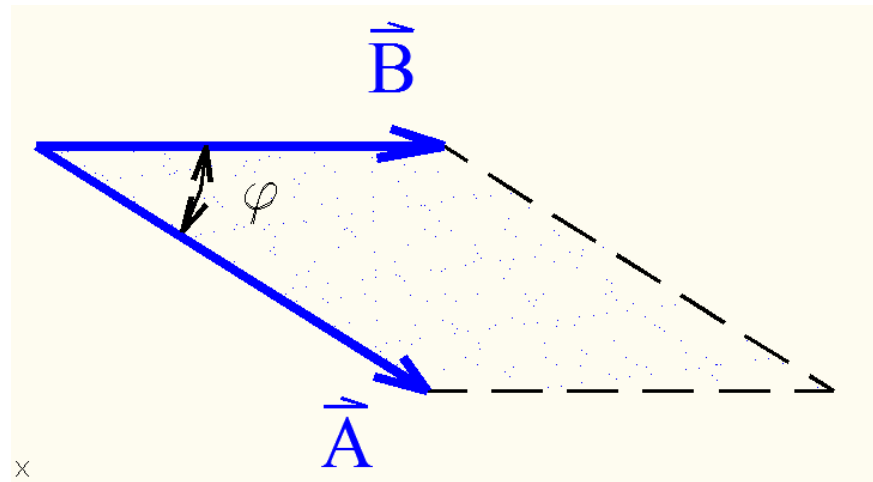
$$\vec{A} = \vec{0} \quad \text{ili} \quad \vec{B} = \vec{0} \quad \text{ili} \quad \angle(\vec{A}, \vec{B}) = 0^\circ \quad \text{ili} \quad 180^\circ$$



Skalarni produkt

- definicija:

$$c = \vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \varphi$$

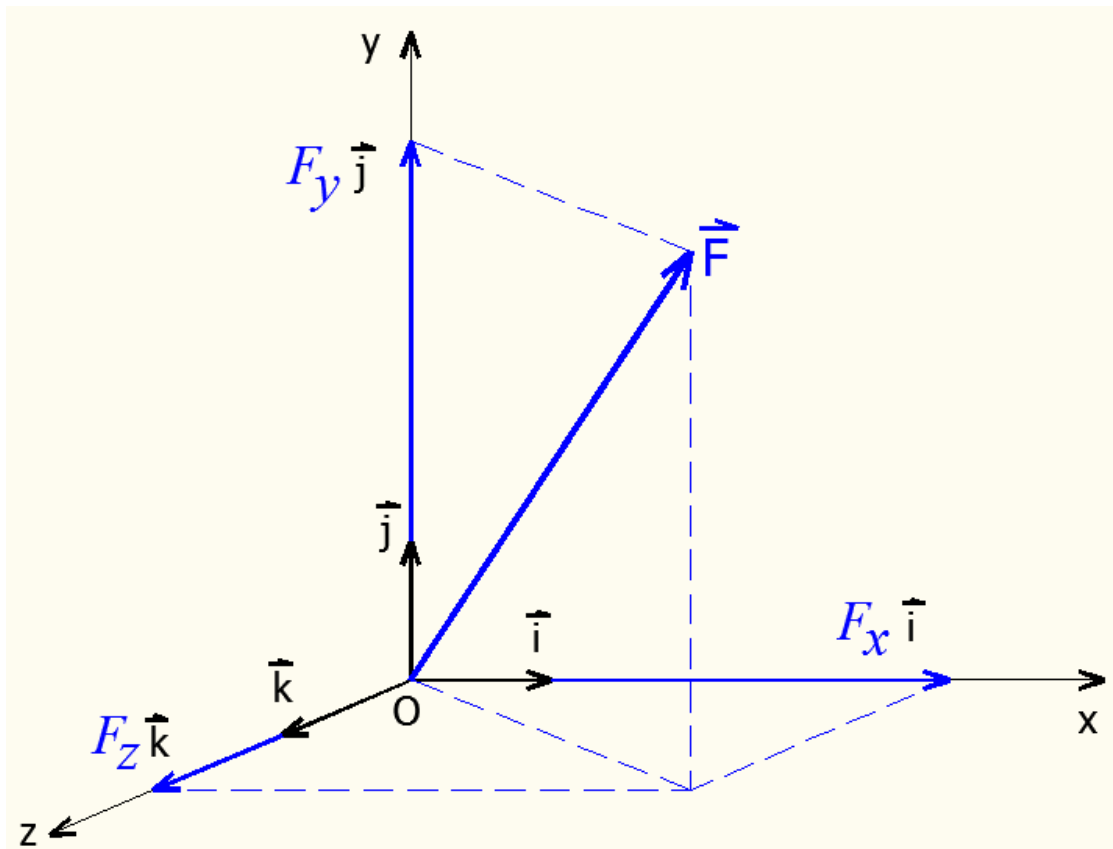


- skalarni produkt iščezava ako je:

$$\vec{A} = \vec{0} \text{ ili } \vec{B} = \vec{0} \text{ ili } \vec{A} \perp \vec{B}$$

Uvođenje koordinatnog sustava

- omogućava predstavljanje vektora pomoću realnih brojeva,
- operacije s vektorima svode se na odgovarajuće algebarske operacije s brojevima,
- primjer desnog pravokutnog koordinatnog sustava



- zapisi vektora:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

gdje su : F_x, F_y, F_z - komponente vektora, projekcije na koordinatne osi
 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - jedinični vektori desnog koordinatnog sustava

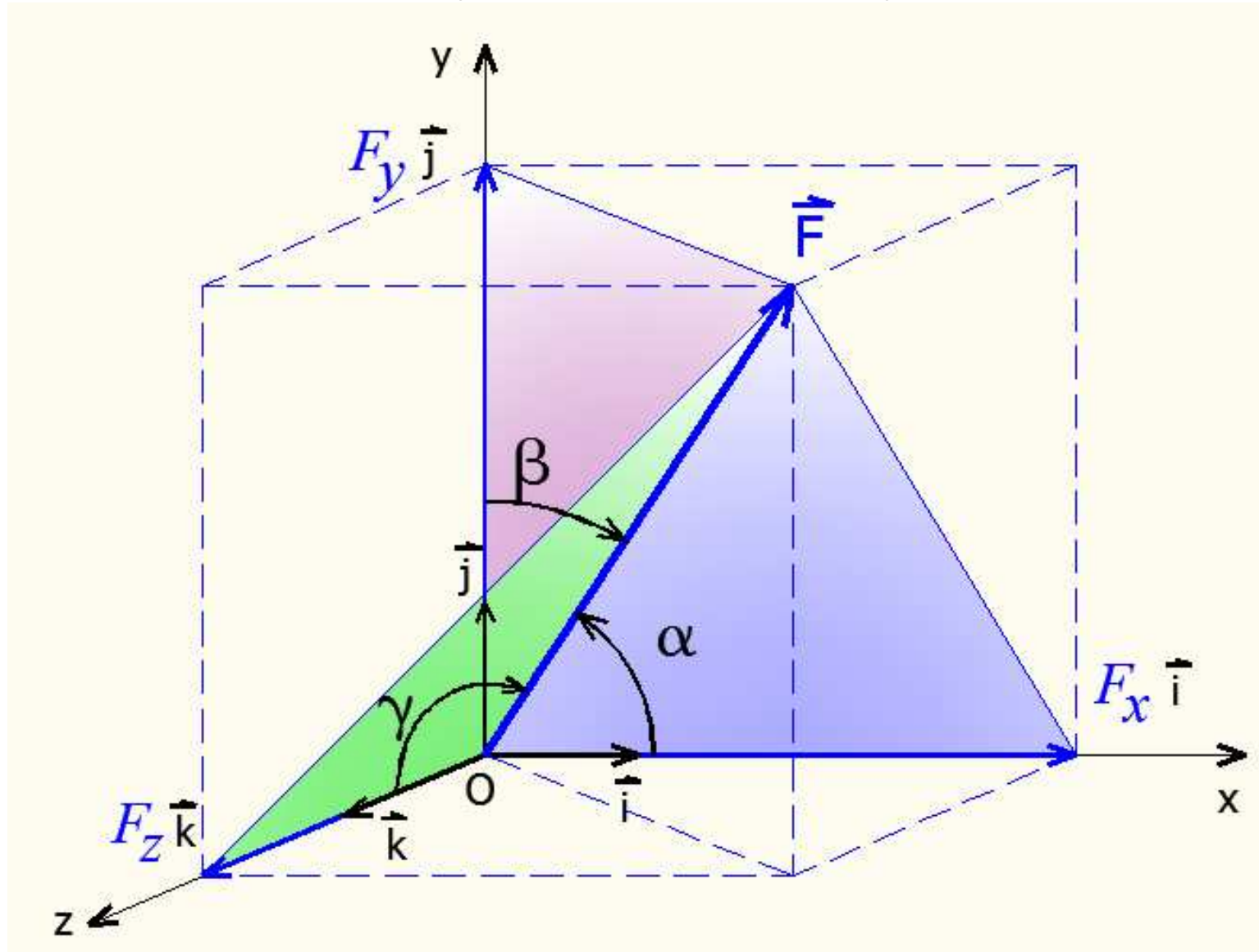
$$\vec{F} \cdot \vec{i} = F_x \vec{i} \cdot \vec{i} + F_y \vec{j} \cdot \vec{i} + F_z \vec{k} \cdot \vec{i} = F_x$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} \cdot \vec{i} &= |\vec{F}| \cdot |\vec{i}| \cos \alpha = F_x \Rightarrow \cos \alpha = \frac{F_x}{|\vec{F}|} \\ \text{analogno: } \cos \beta &= \frac{F_y}{|\vec{F}|} \quad \text{i} \quad \cos \gamma = \frac{F_z}{|\vec{F}|} \end{aligned} \right\} \alpha, \beta \text{ i } \gamma \text{ prikloni kutovi}$$

gdje je : $|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$ - intenzitet vektora

(duljina vektora ili druga vektorska norma)

- prikloni kutovi - kutovi koje vektor \vec{F} zatvara s jediničnim vektorima



$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$\vec{F} = |\vec{F}| \cdot (\cos \alpha \cdot \vec{i} + \cos \beta \cdot \vec{j} + \cos \gamma \cdot \vec{k})$$

$$\vec{F} = |\vec{F}| \cdot \vec{u}_F$$



jedinični vektor, nositelj smjera vektora F

- veza između priklonih kutova:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = \frac{F_x^2}{|\vec{F}|^2} + \frac{F_y^2}{|\vec{F}|^2} + \frac{F_z^2}{|\vec{F}|^2} = 1$$

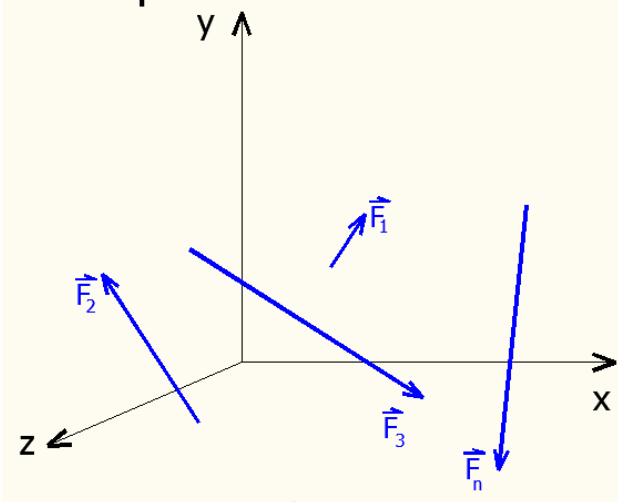
- zadavanje vektora:

- početna i krajnja točka
- početna točka (hvatište), intenzitet i prikloni kut(2D)/kutovi(3D)

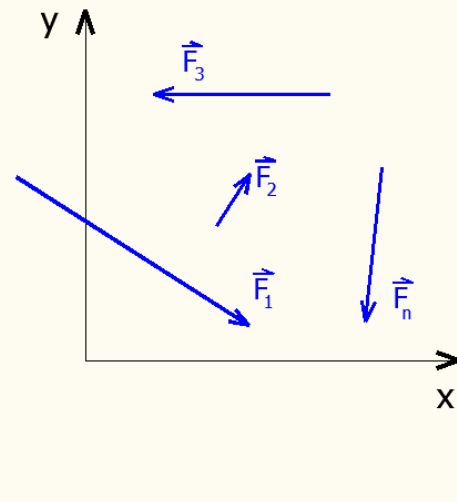
Sustavi sila prema položaju u prostoru

a) opći sustav sila:

■ u prostoru

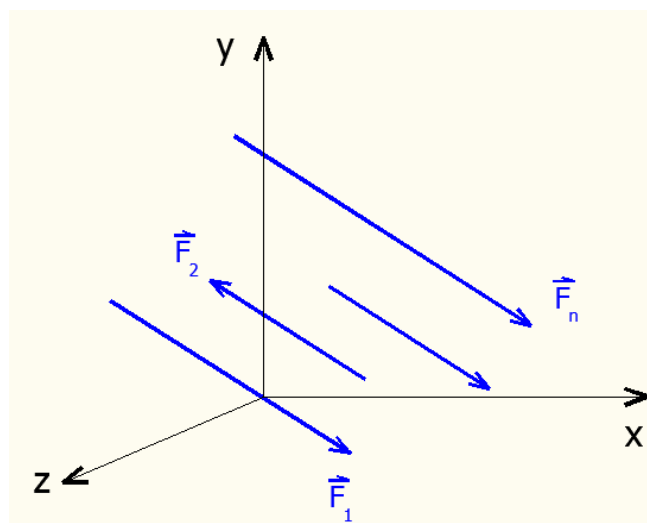


■ u ravnini

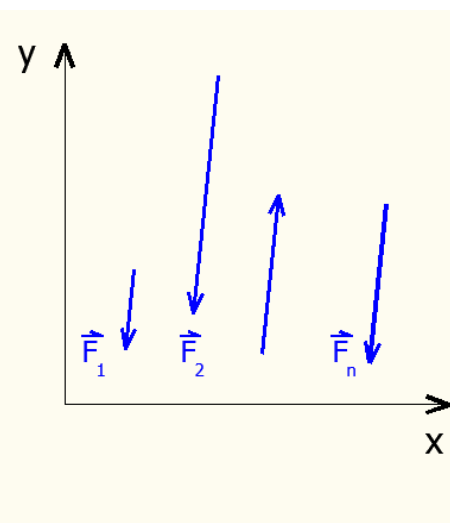


b) paralelni sustav sila:

■ u prostoru



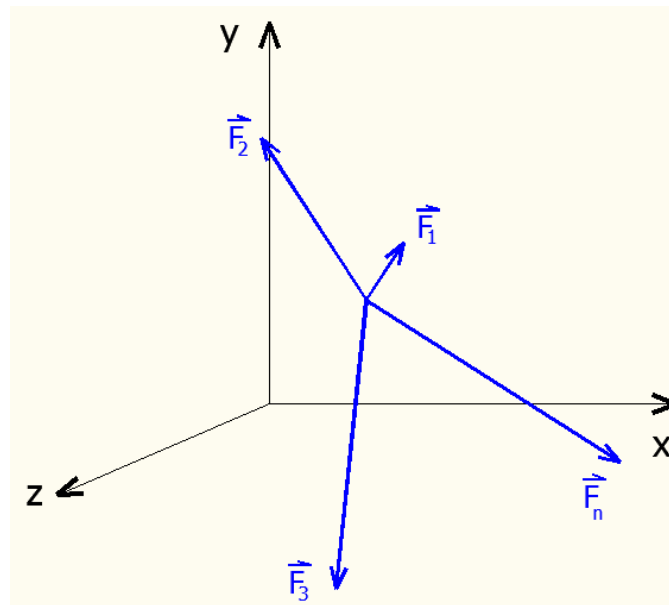
■ u ravnini



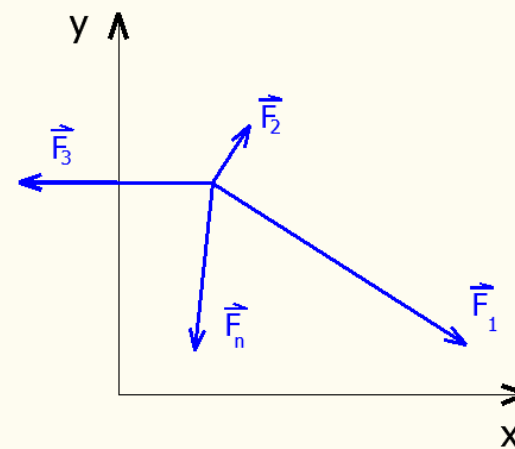
Sustavi sila prema položaju u prostoru

c) konkurentni sustav sila:

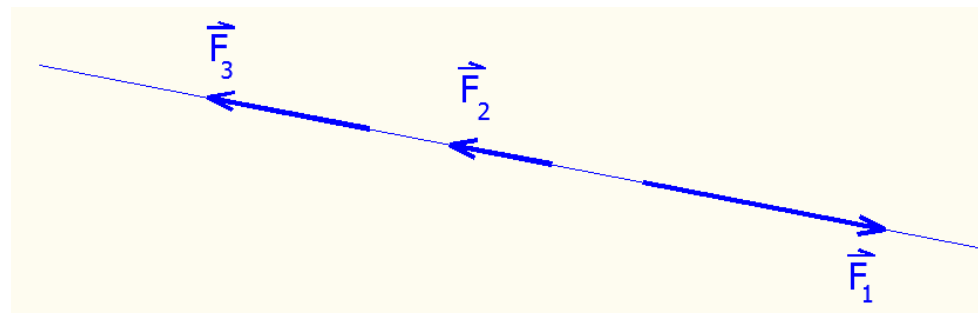
■ u prostoru

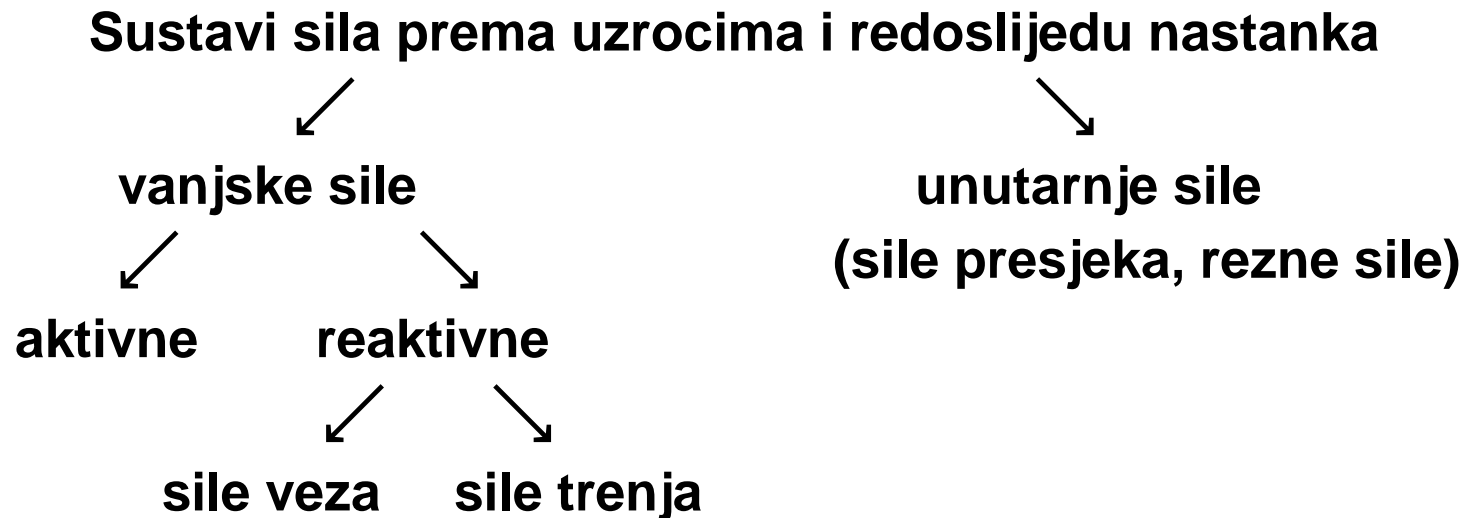


■ u ravnini



d) kolinearni sustav sila:





- vanjske sile: sve sile koje predstavljaju djelovanje drugih tijela na promatrano tijelo
- unutarnje sile: površinske sile preko zamišljenih presječnih površina tijela, nastaju kao posljedica djelovanja vanjskih sila, predstavljaju otpor promjeni oblika i/ili volumena tijela

- vanjske **aktivne** sile:
 - nazivaju se još silama akcije ili opterećenjem
 - čine ih sve sile odnosno opterećenja koja su nezavisna od samog tijela
 - vlastitu težinu tijela smatramo vanjskom aktivnom silom

- vanjske **reaktivne** sile:
 - nazivaju se još pasivne sile ili sile veza
 - nastaju kao posljedica vanjskih aktivnih sila na mjestima vanjskih veza (ležajeva)



When solving problems, do the work as neatly as possible. Being neat will stimulate clear and orderly thinking, and vice versa.

1.6 General Procedure for Analysis

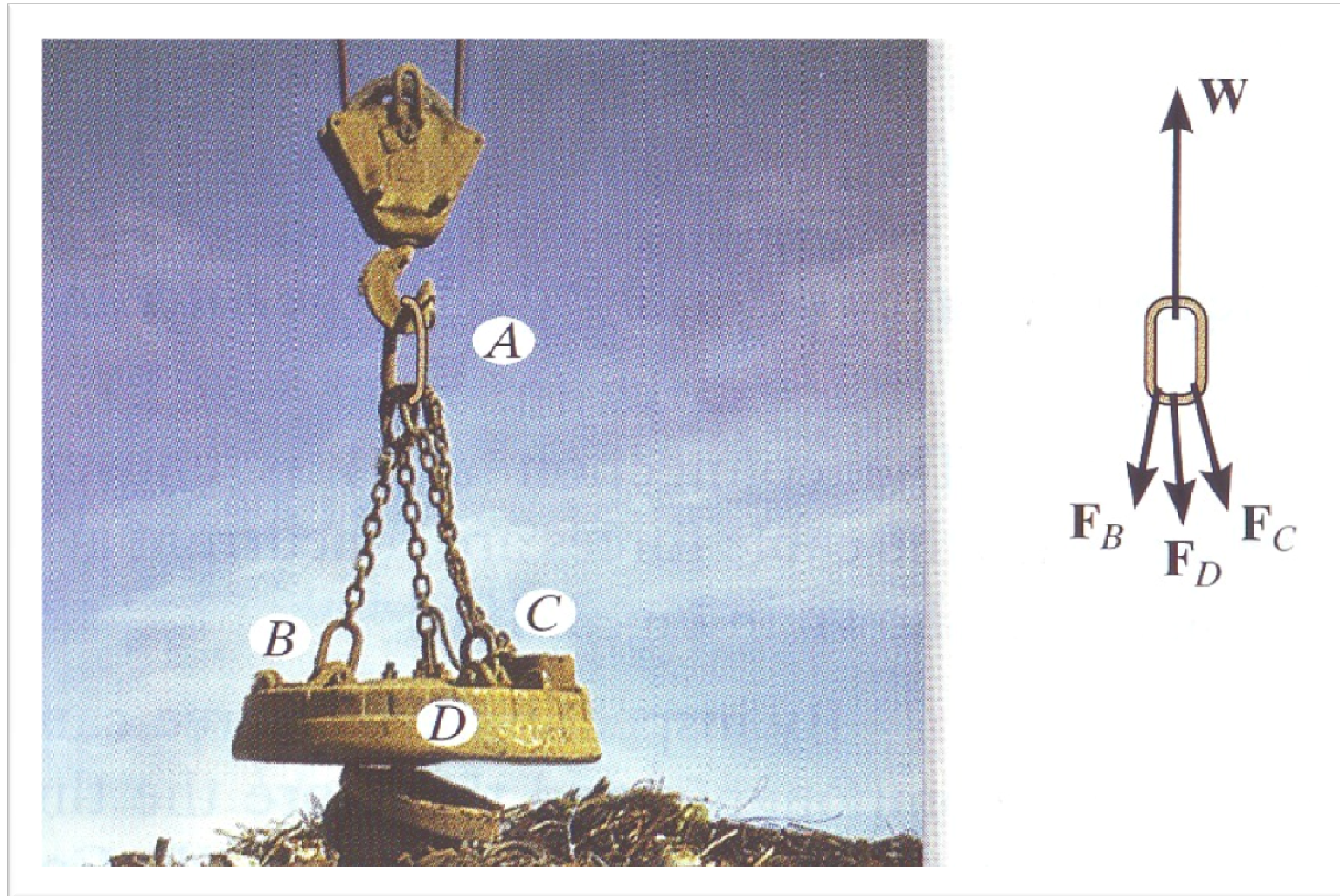
The most effective way of learning the principles of engineering mechanics is to *solve problems*. To be successful at this, it is important to always present the work in a *logical and orderly manner*, as suggested by the following sequence of steps:

- Read the problem carefully and try to correlate the actual physical situation with the theory studied.
- Tabulate the problem data and draw any necessary diagrams.
- Apply the relevant principles, generally in mathematical form. When writing any equations, be sure they are dimensionally homogeneous.
- Solve the necessary equations, and report the answer with no more than three significant figures.
- Study the answer with technical judgment and common sense to determine whether or not it seems reasonable.

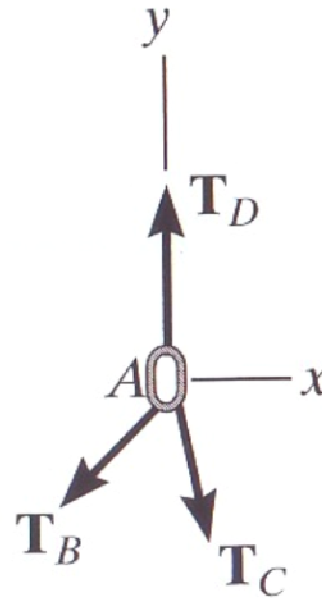
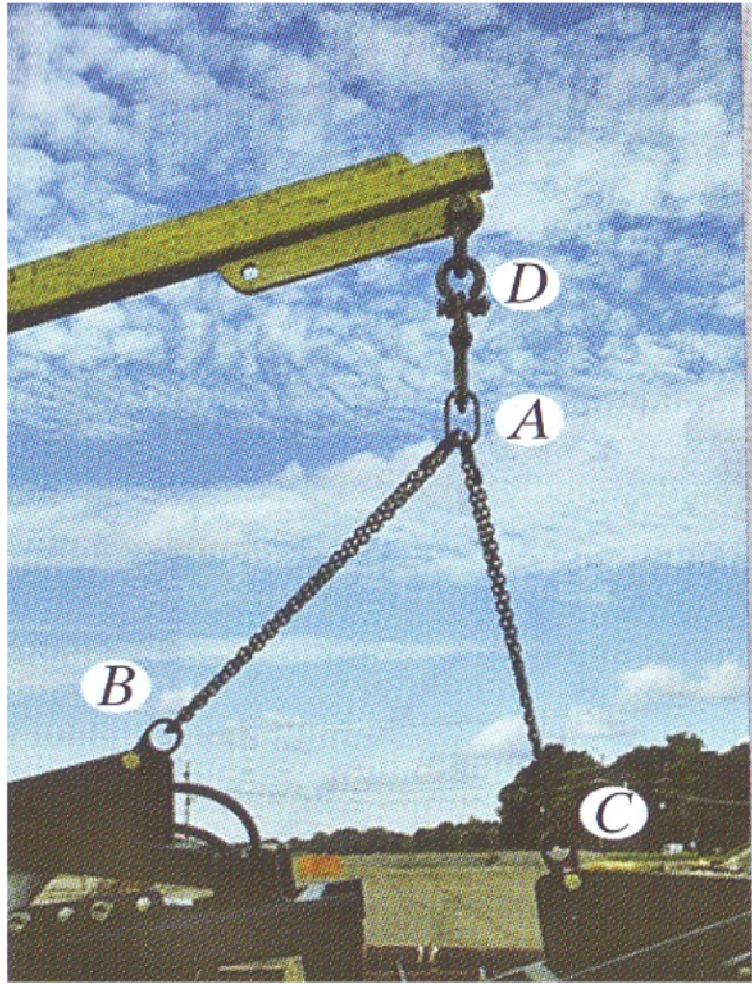
izvor: R.C. Hibbeler: Engineering Mechanics: Statics,
Eleventh edition in SI units , Pearson Education, 2007

Statika materijalne točke

Stanje mirovanja tijela na kojega djeluje konkurentni sustav sila.



Statika materijalne točke



- rezultanta konkurentnog sustava sila,
- rastavljanje sile,
- ravnoteža konkurentnog sustava sila,
- veze u konkurentnim sustavima sila.

Rezultanta konkurentnog sustava sila

■ vektorska jednadžba:
$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

- prostor:

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n F_{i,x} \vec{i} + \sum_{i=1}^n F_{i,y} \vec{j} + \sum_{i=1}^n F_{i,z} \vec{k}$$

$$F_{R,x} = \sum_{i=1}^n F_{i,x}, \quad F_{R,y} = \sum_{i=1}^n F_{i,y}, \quad F_{R,z} = \sum_{i=1}^n F_{i,z}$$

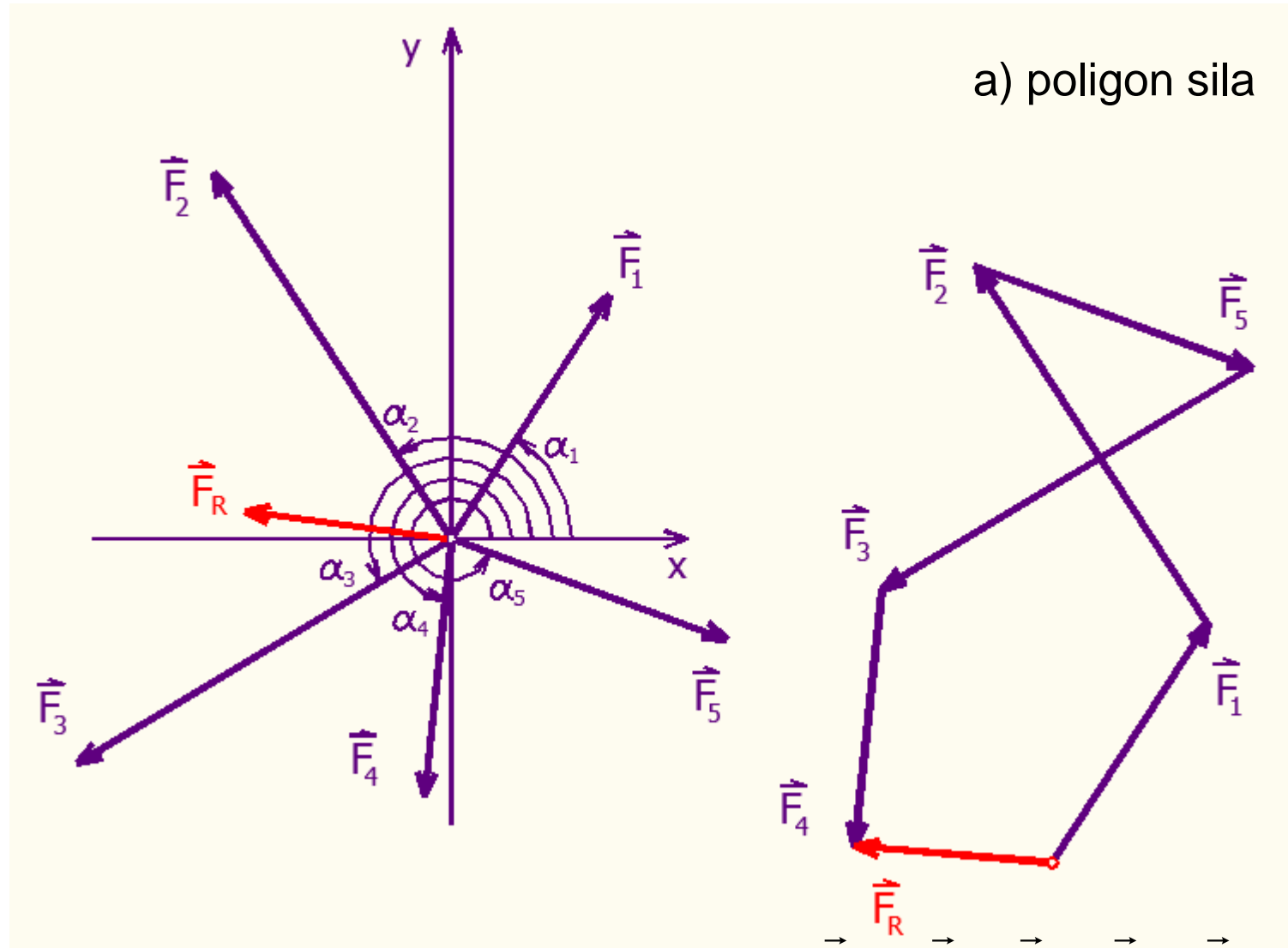
- ravnina:

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n F_{i,x} \vec{i} + \sum_{i=1}^n F_{i,y} \vec{j}$$

$$F_{R,x} = \sum_{i=1}^n F_{i,x}, \quad F_{R,y} = \sum_{i=1}^n F_{i,y}$$

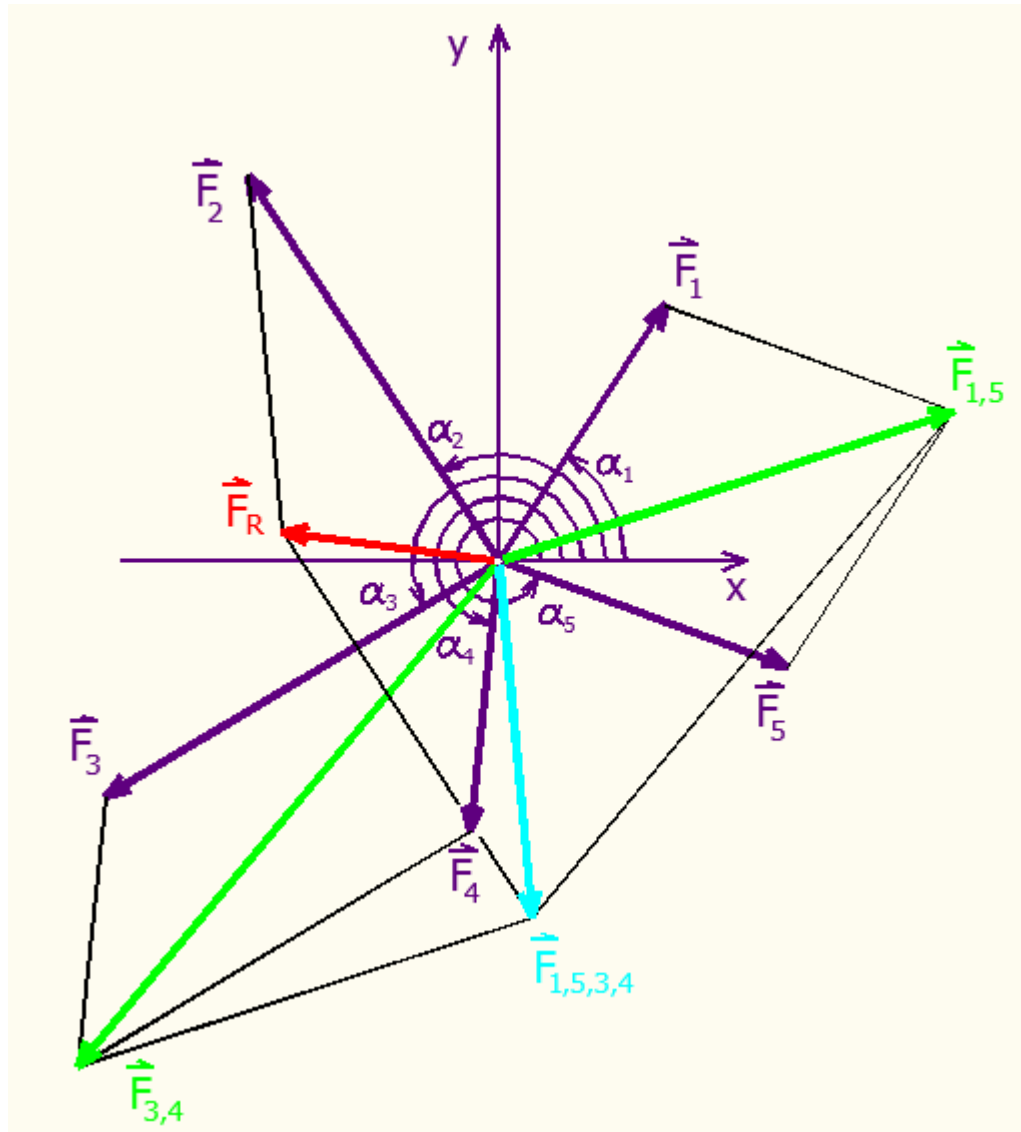
algebarske
jednadžbe
analitičkog
rješenja
rezultante
konkurentnog
sustava
sila

- Rezultanta konkurentnog sustava sila – grafičko rješenje



$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_5 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

- Rezultanta konkurentnog sustava sila – grafičko rješenje

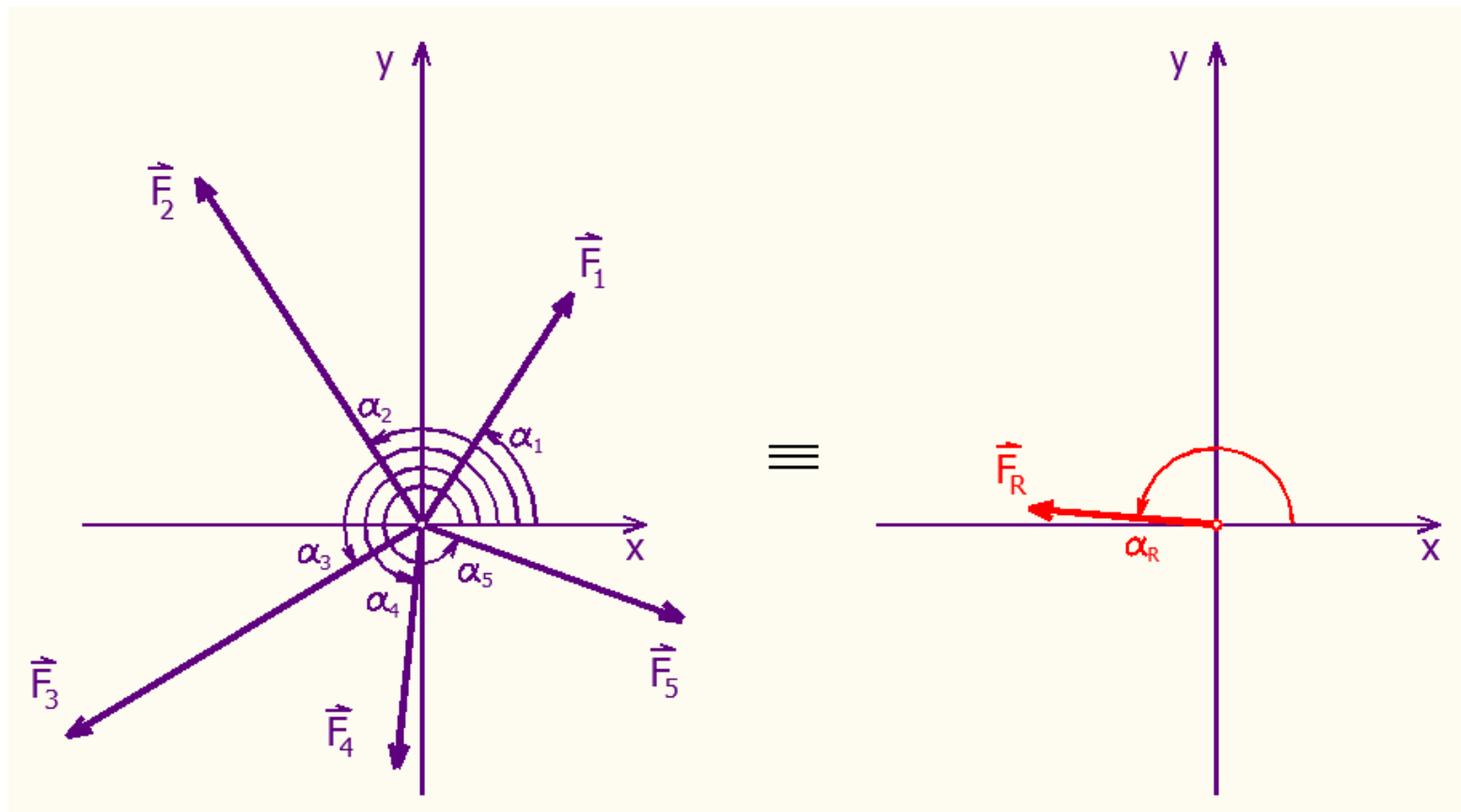


b) parcijalni paralelogram

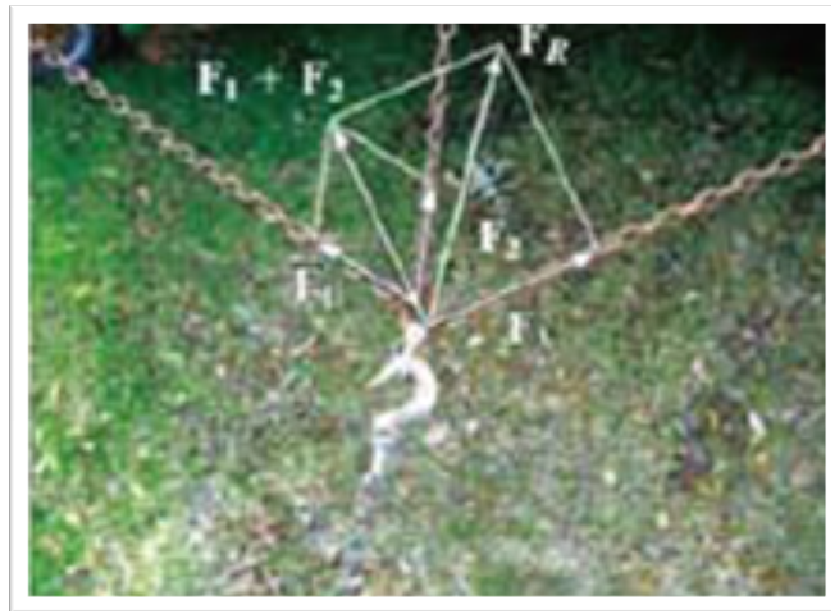
$$\vec{F}_R = (\vec{F}_1 + \vec{F}_5) + (\vec{F}_3 + \vec{F}_4) + \vec{F}_2$$

$$\vec{F}_R = (\vec{F}_{1,5} + \vec{F}_{3,4}) + \vec{F}_2$$

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{1,5,3,4} + \vec{F}_2$$



REZULTANTA – sila čije je djelovanje jednako djelovanju zadanih sila. (Sila koja zamjenjuje djelovanje grupe sila.)



■ Primjeri:

1. Potrebno je analitički odrediti rezultantu konkurentnog sustava sila ako je zadano:

$$\vec{F}_1 = 60\vec{i} + 80\vec{j} \quad \text{N}$$

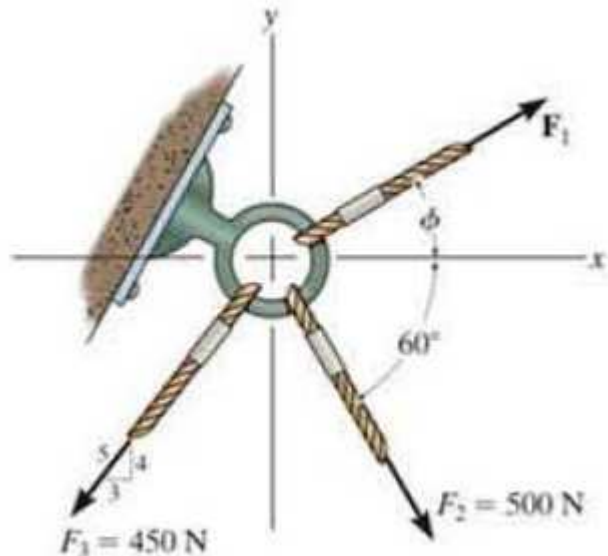
$$\vec{F}_2 = -100\vec{i} + 100\vec{j} + 50\vec{k} \quad \text{N}$$

2. Potrebno je analitički i grafički odrediti rezultantu konkurentnog sustava sila ako je zadano:

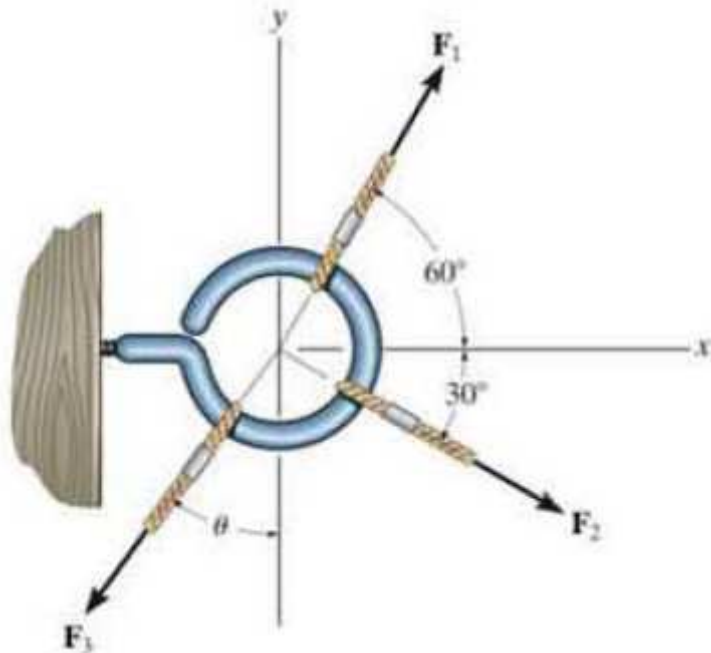
$$F_1 = 30 \text{ N}, \quad \alpha_1 = 20^\circ$$

$$F_2 = 20 \text{ N}, \quad \alpha_2 = 270^\circ$$

$$F_3 = 10 \text{ N}, \quad \alpha_3 = 300^\circ$$



3. Odredite vrijednost i prikloni kut sile F_1 , ako je vrijednost rezultante $F_R = 600 \text{ N}$ i prikloni kut $\alpha_R = -30^\circ$.

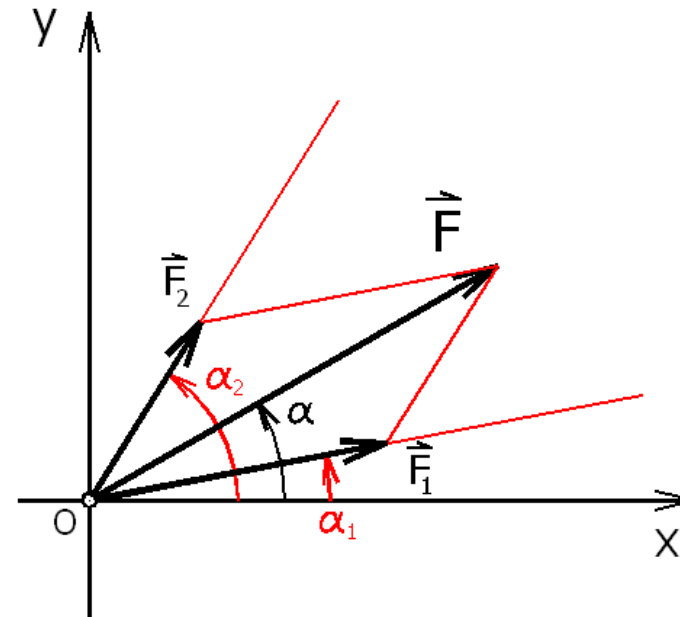
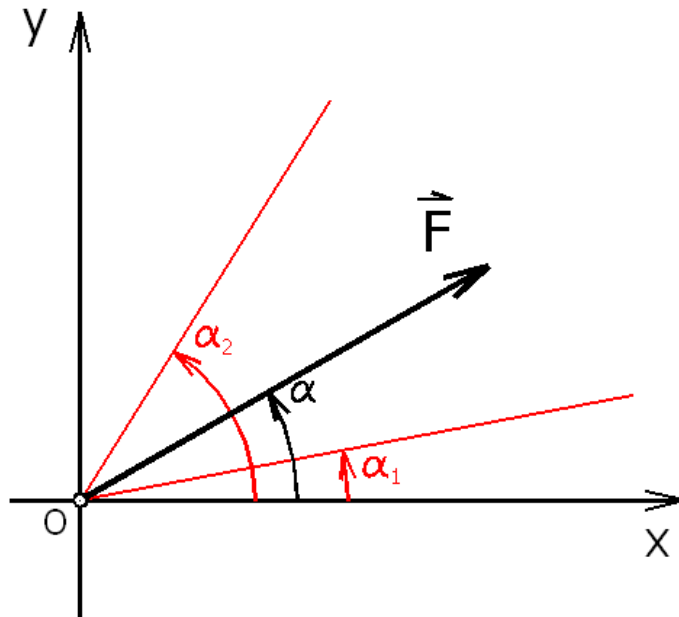


4. Za sustav sila prikazan na slici odredite kut θ i vrijednost sile F_3 kao funkcije F_1 ako vrijedi.

- a) $F_R = 0$
 b) $F_2 = 2/3 F_1$

Rastavljanje sile na komponente

- prostor: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$
 - ravnina: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$
- } vektorske
jednadžbe

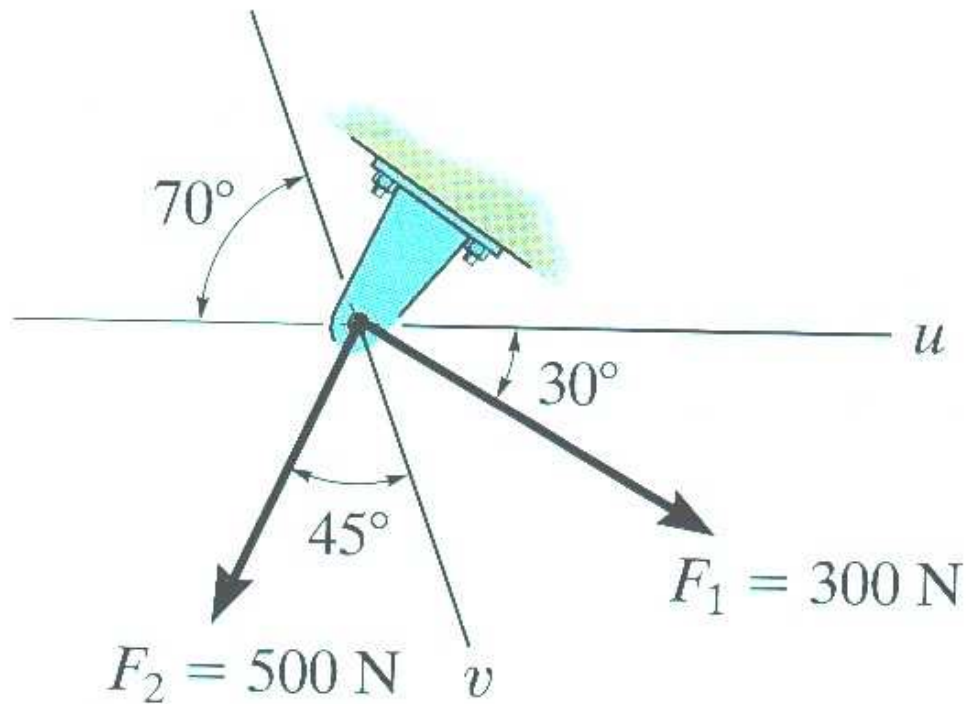


$$\left. \begin{aligned} F \cos \alpha &= F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 \\ F \sin \alpha &= F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2 \end{aligned} \right\}$$

sustav algebarskih jednadžbi

Primjer:

Rastavite sile F_1 i F_2 na komponente koje leže na pravcima u i v .



Ravnoteža konkurentnog sustava sila

- ravnoteža: mirovanje uz djelovanje sila
- materijalna točka je u ravnoteži ako iščezne rezultanta sila koje na nju djeluju tj. ako je poligon sila zatvoren.

- vektorska jednadžba: $\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$

- prostor:

$$\sum_{i=1}^n F_{i,x} \vec{i} + \sum_{i=1}^n F_{i,y} \vec{j} + \sum_{i=1}^n F_{i,z} \vec{k} = \vec{0}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{i,x} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{i,y} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{i,z} = 0$$

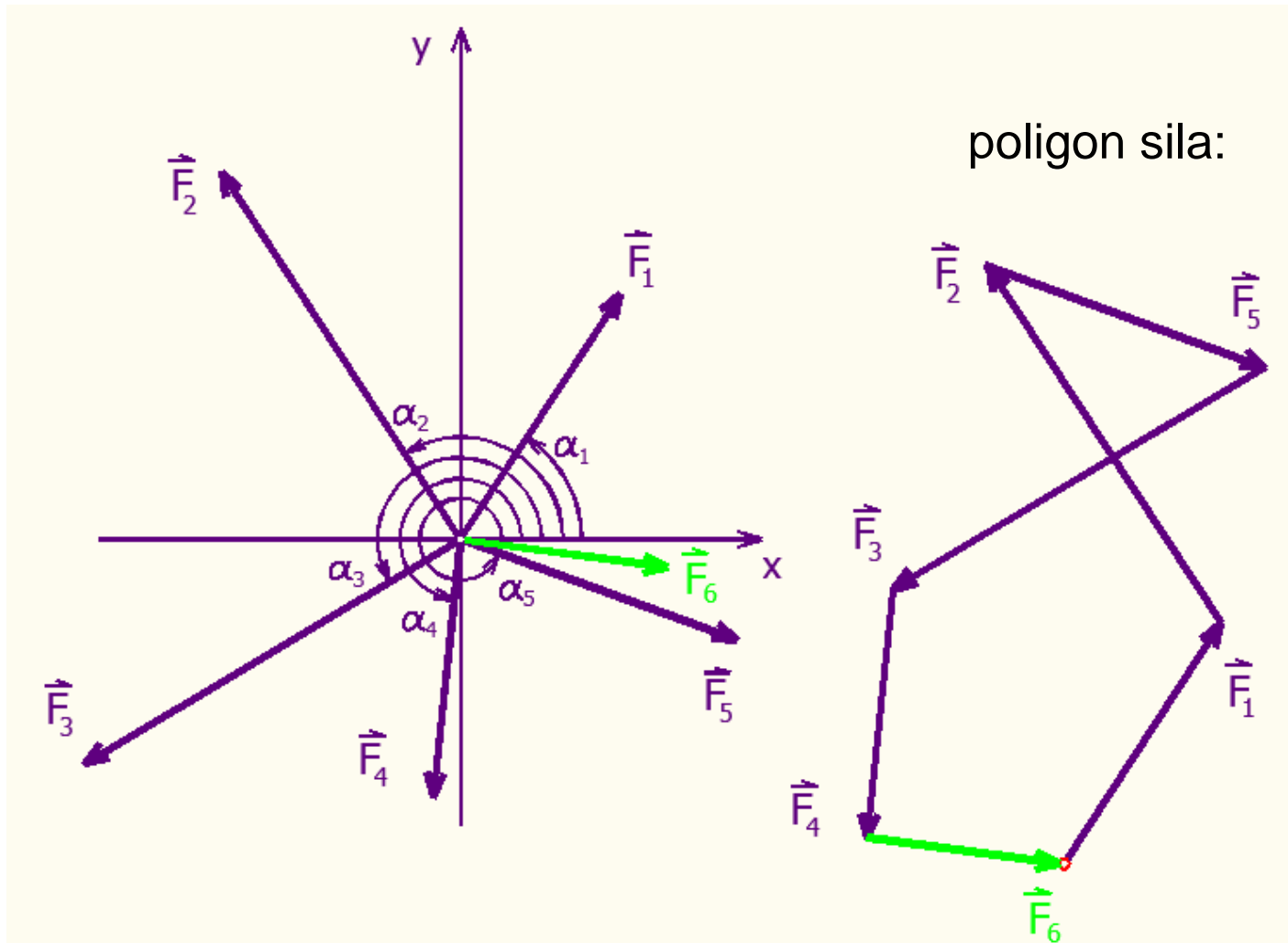
- ravnina:

$$\sum_{i=1}^n F_{i,x} \vec{i} + \sum_{i=1}^n F_{i,y} \vec{j} = \vec{0}$$

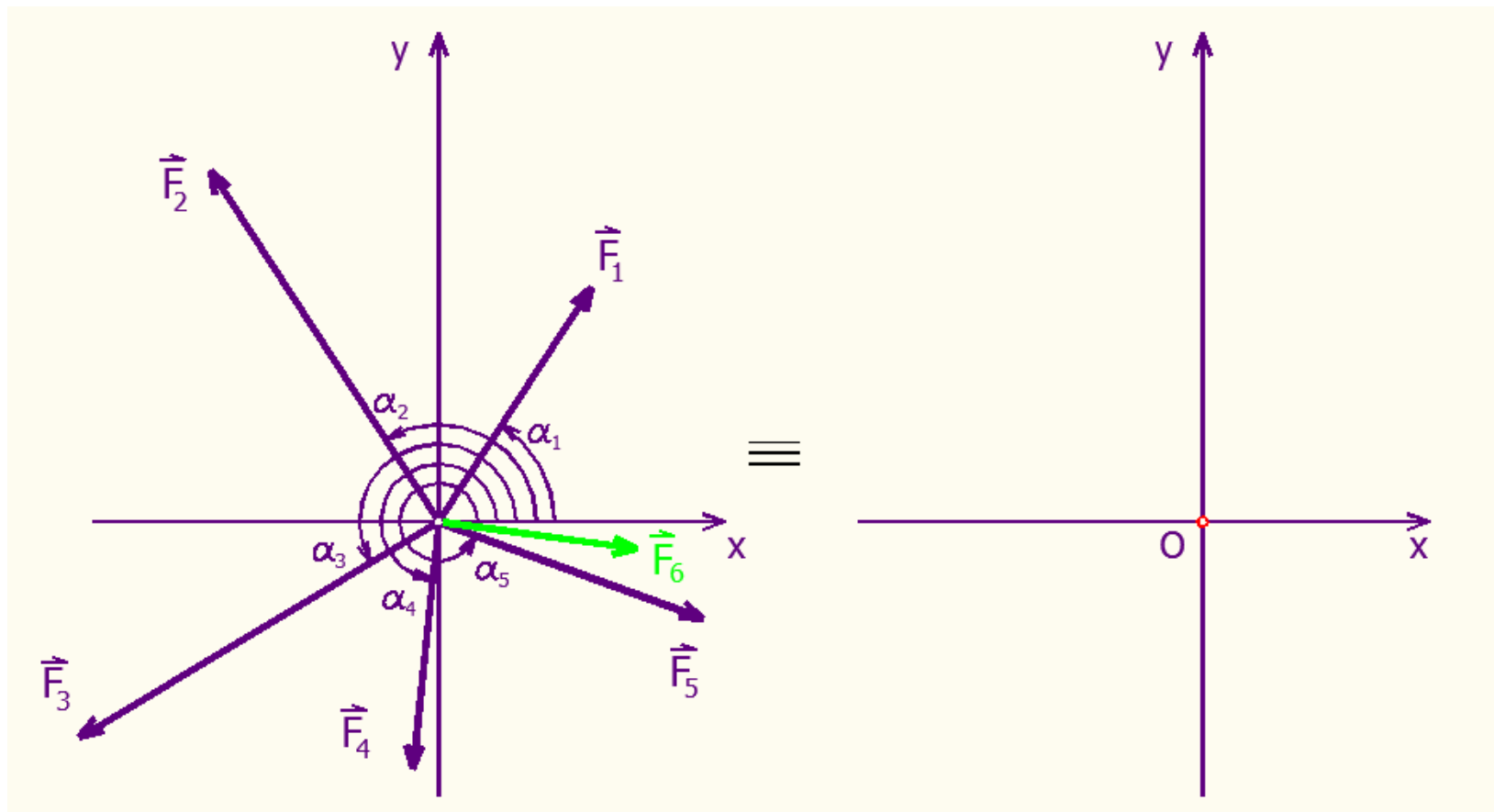
$$\sum_{i=1}^n F_{i,x} = 0, \quad \sum_{i=1}^n F_{i,y} = 0$$

algebarske jednadžbe
analitičkog rješenja
ravnoteže
konkurentnog
sustava sila
(algebarski uvjeti
ravnoteže)

- Grafičko rješenje ravnoteže konkurentnog sustava sila



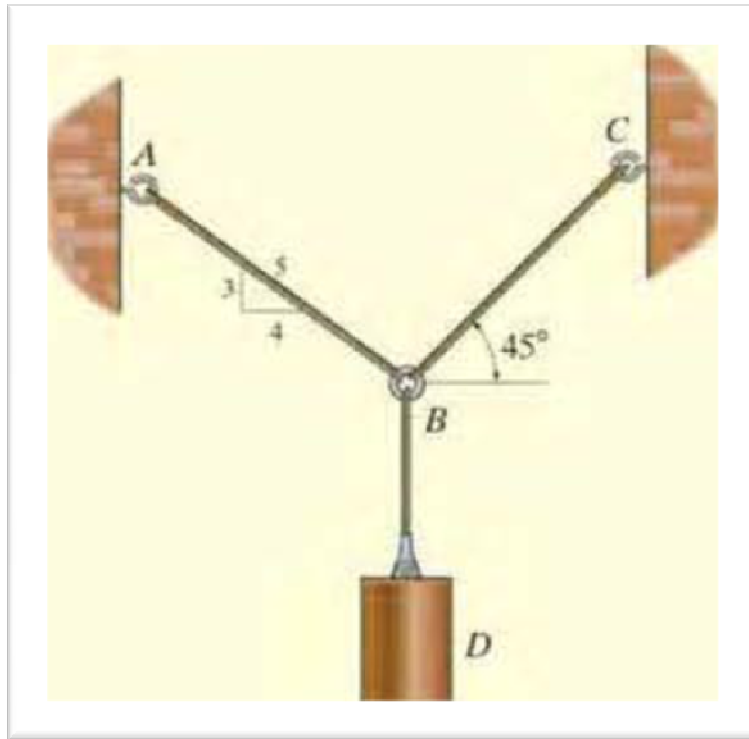
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_5 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_6 = \vec{0}$$



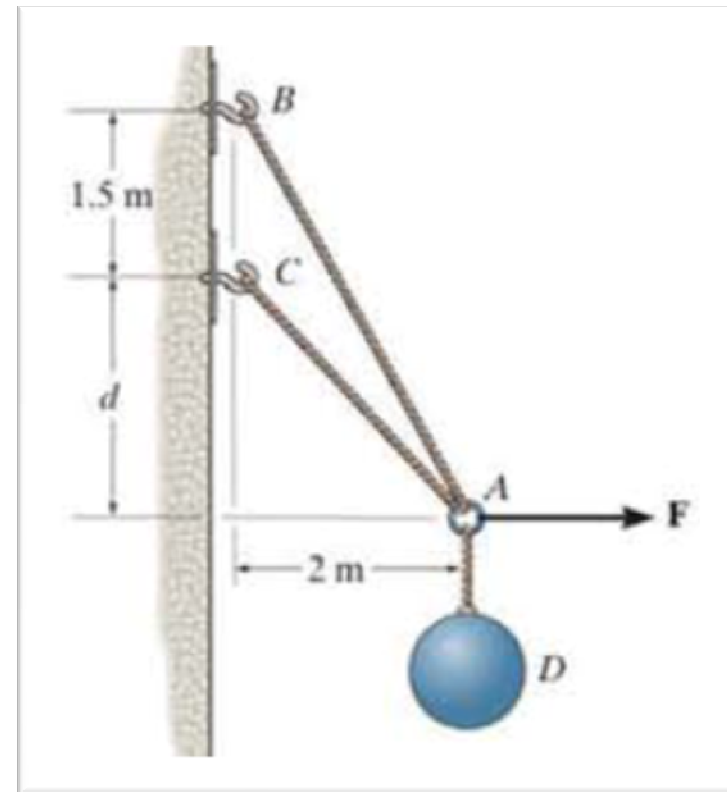
RAVNOTEŽA – djelovanje sila se poništava.

Primjeri:

1. Odredite sile u užadi AB i CB koje pridržavaju teret mase 60 kg.

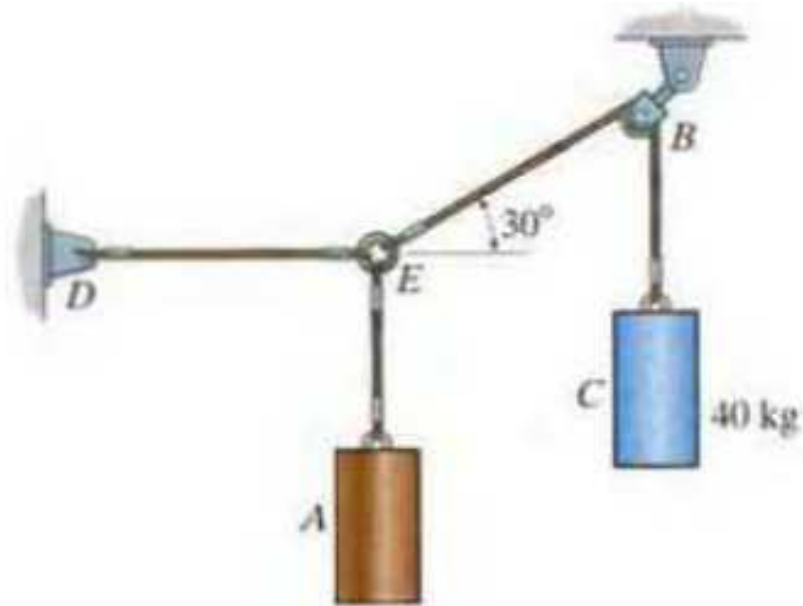


2. Odredite visinu d , ako teret mase 20 kg pridržavamo horizontalnom silom $F=100\text{N}$ i užadima AB i AC, uz uvjet da je sila u užetu AC jednaka nuli.



Ravnoteža sustava kao cjeline podrazumijeva ravnotežu svakog njegovog dijela.

3. Za sustav u ravnoteži prikazan na slici odredite masu tereta A.



Veze u konkurentnim sustavima sila

- veze: elementi kojima djelomično ili potpuno sprječavamo gibanje materijalne točke/tijela,
- za potpuno sprečavanje gibanja materijalne točke potrebno je onemogućiti:
 - **tri** translacijska pomaka u prostoru
 - **dva** translacijska pomaka u ravnini

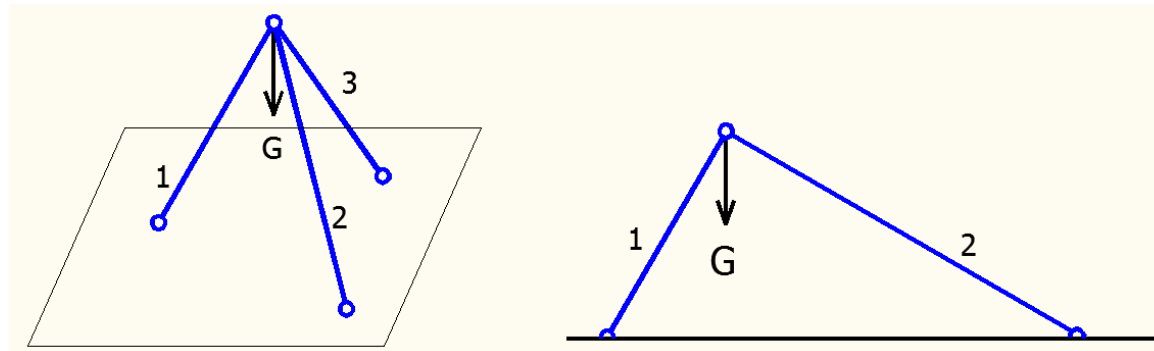
$$1. \sum_{i=1}^n F_{i,x} = 0,$$

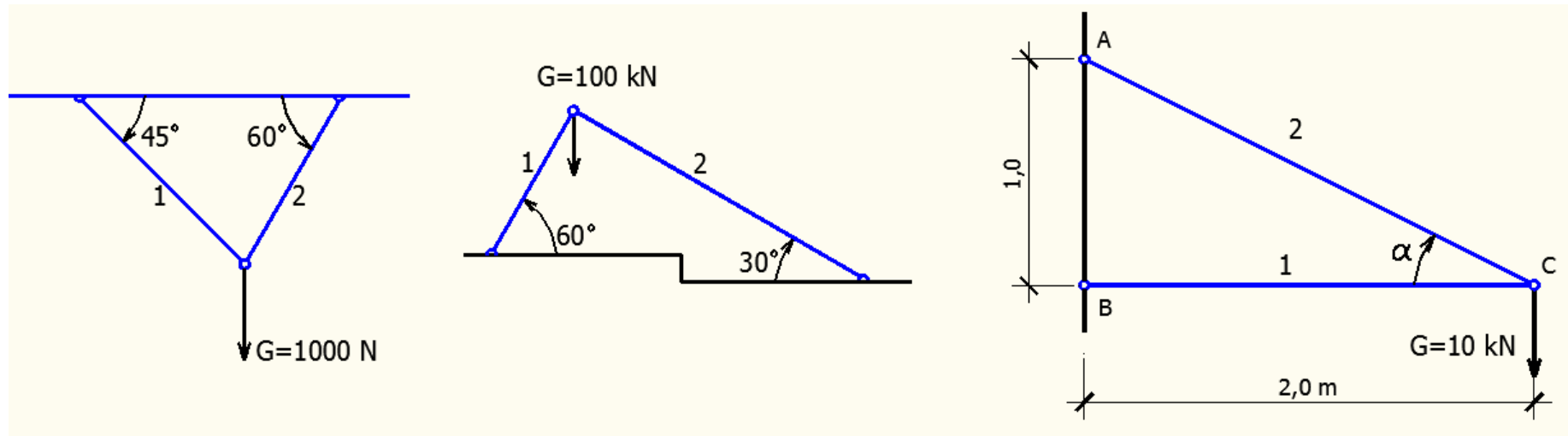
$$2. \sum_{i=1}^n F_{i,y} = 0,$$

$$3. \sum_{i=1}^n F_{i,z} = 0,$$

$$1. \sum_{i=1}^n F_{i,x} = 0,$$

$$2. \sum_{i=1}^n F_{i,y} = 0,$$





- štapna veza – sprječava međusobni translacijski pomak u smjeru osi štapa, a dopušta ostale (kinematičko svojstvo veze),
 - prenosi silu u smjeru osi štapa (statičko svojstvo veze),
 - dvostrana veza (vlak i tlak)

- nitna veza – kinematička i statička svojstva ista su kao kod štapnih veza, ali samo u jednom smjeru – jednostrana veza (samo vlak)