

TEHNIČKI FAKULTET SVEUČILIŠTA U RIJECI

Zavod za konstruiranje u strojarstvu

Katedra za prijenosnike snage i transportna sredstva

PRIJENOSNICI SNAGE – HIDROSTATSKI PRIJENOSNICI

PRORAČUN AKSIJALNO-KLIPNIH STROJEVA

Izv. prof. dr. sc. Dubravka Siminiati, dipl. ing stroj.

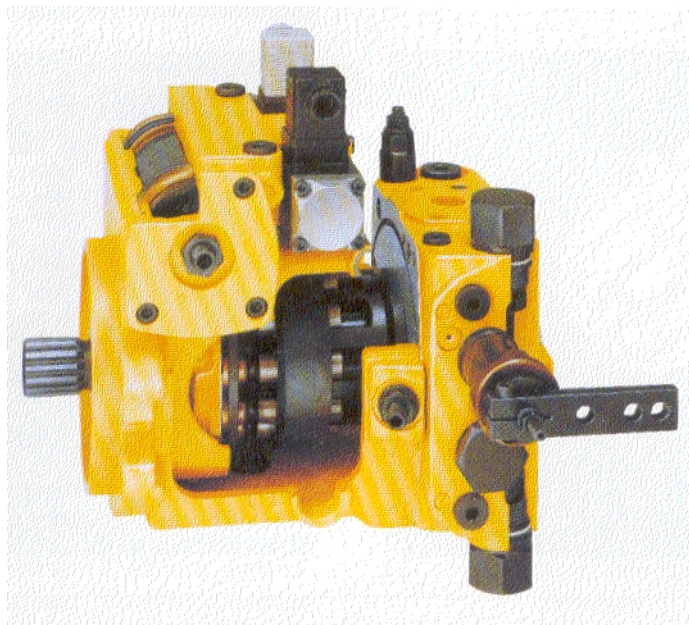
Rijeka, ožujak 2006.

1 AKSIJALNO – KLIPNI STROJEVI

Danas su uobičajene dvije osnovne izvedbe aksijalno klipnih strojeva:

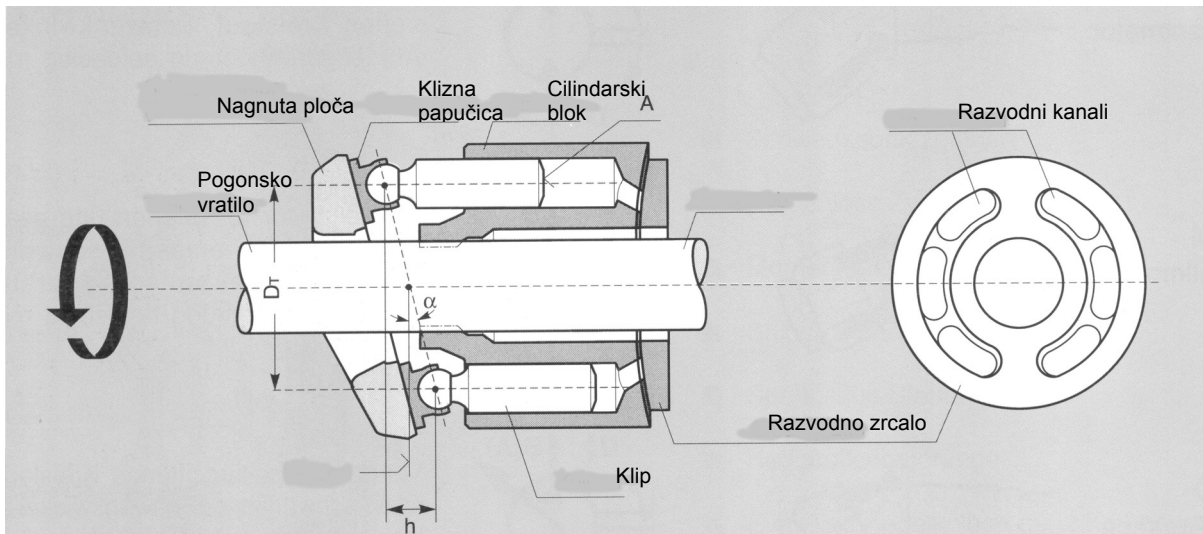
1. S nagnutom pločom
2. S nagnutim bubnjem

1.2 AKSIJALNO KLIPNI STROJEVI S NAGNUTOM PLOČOM



Aksijalno-klipni strojevi mogu biti izvedeni s konstantnim nagibom ploče, ili se konstrukcijskim rješenjem nagib ploče može mijenjati.

Karakteristične geometrijske veličine takvog stroja dane su na sljedećoj slici.



h - hod klipa

A - površina poprečnog presjeka klipa

D_T - diobeni promjer za $\alpha = 0$

α - nagib ploče, , $\alpha_{\max} = \pm 18^\circ$

Q_1 - specifični protok u cm^3/okr

z - broj klipova

Hod klipa je:

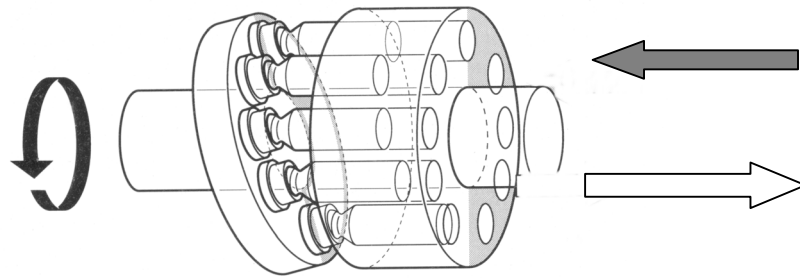
$$h = D_T \cdot \tan \alpha \quad (1.1)$$

Uz poznate dimenzije promjera klipa, specifični protok jest:

$$Q_1 = z \cdot A \cdot h = z \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot D_T \cdot \tan \alpha \quad (1.2)$$

gdje je d promjer klipa/cilindra.

1.2.1. Princip rada strojeva s nagnutom pločom



Stroj s nagnutom pločom je volumetrički stroj, kod kojeg su klipovi u istoj osi kao i pogonsko vratilo. Promjena se protoka postiže promjenom nagiba ploče.

Način rada pumpe: Pokretanjem pogonskog vratila pokreće se cilindarski blok budući su mehanički vezani. Klipovi koji su preko kliznih papučica naslonjeni na kosu ploču počinju se izvlačiti odnosno uvlačiti u cilindrima. U fazi izvlačenja povećava se radni prostor te se uslijed stvorenog potlaka tekućina **usisava**, a kada se cilindar uvlači, smanjuje se volumen radne komore te se tekućina **potiskuje** pod tlakom.

Način rada hidromotora: Iz pumpe **dolazi** radni medij **pod tlakom**. Pri tome potiskuje sve cilindre koji su vezani na dovodni kanal razvodnog zrcala. Tangencijalna komponenta sile tlaka stvara moment zbog kojeg počinje rotirati cilindarski blok, a isto tako i pogonsko vratilo s njim mehanički vezano. **Izlaz** radne tekućine iz radne komore cilindra preko zajedničkog izlaznog kanala na razvodnom zrcalu je pod nekim **malim tlakom**.

Funkcija nagibne ploče: Za izvedbe strojeva konstantnog protoka, kosa je ploča fiksna. Kod strojeva kojima se protok može mijenjati, nagib se nagnute ploče unutar nekih granica može kontinuirano mijenjati. Promjenom se nagiba ploče, postižu različiti hodovi klipova, pa prema tome i veličina specifičnog protoka (vidi izraze (1.1) i (1.2)).

1.2.2 Proračun veličina za pumpu

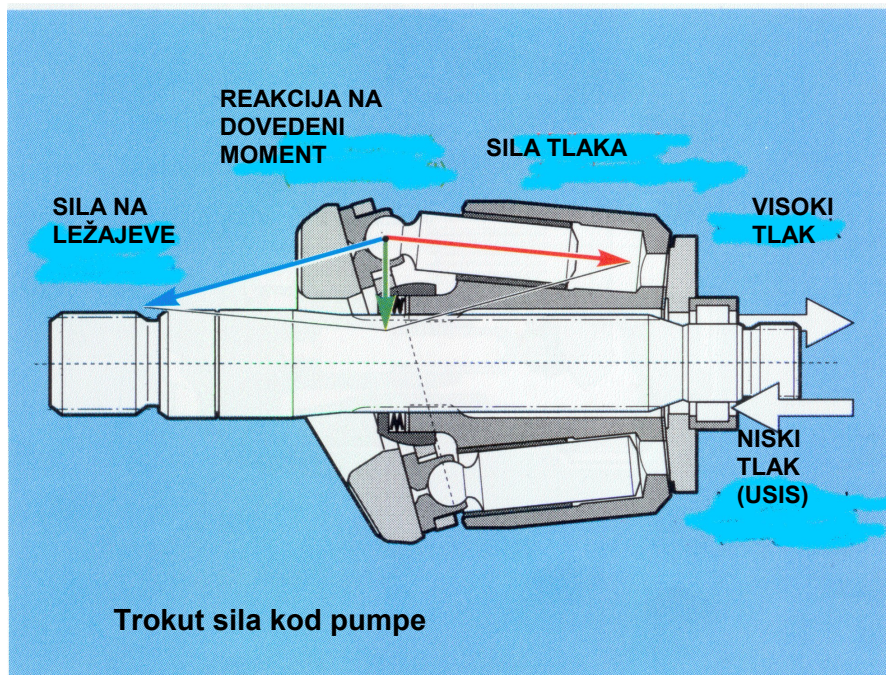
	PUMPA KONSTATNOG PROTOKA	PUMPA S REGULIRANIM PROTOKOM
Protok	$Q = Q_1 \cdot n \cdot \eta_{vol}$ [m ³ /s]	$Q = \frac{Q_1 \cdot n \cdot \tan \alpha \cdot \eta_{vol}}{\tan \alpha_{max}}$ [m ³ /s]
Ulazna brzina vrtnje	$n = \frac{Q}{Q_1 \cdot \eta_{vol}}$ [s ⁻¹]	$n = \frac{Q \cdot \tan \alpha_{max}}{Q_1 \cdot \eta_{vol} \cdot \tan \alpha}$ [s ⁻¹]
Ulazni moment	$T = \frac{Q_1 \cdot \Delta p}{2 \cdot \pi \cdot \eta_{meh}}$ [Nm]	$T = \frac{Q_1 \cdot \Delta p \cdot \tan \alpha}{2 \cdot \pi \cdot \eta_{meh} \cdot \tan \alpha_{max}}$ [Nm]
Pogonska snaga	$P = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot T$ $P = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta_{vol} \cdot \eta_{meh}}$ [kW]	$P = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot T$ $P = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta_{vol} \cdot \eta_{meh}}$ [kW]

1.2.3 Proračun veličina za hidromotor

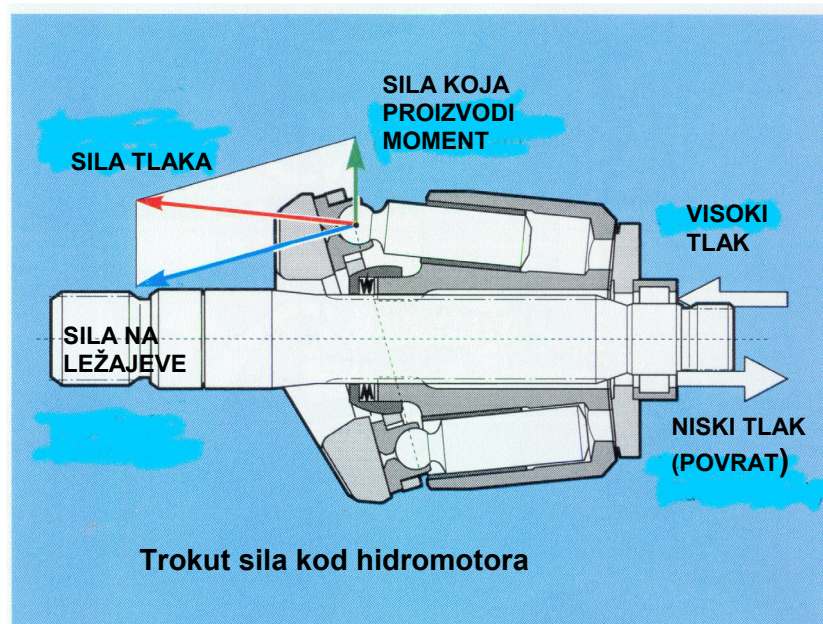
	HIDROMOTOR KONSTATNOG PROTOKA	HIDROMOTOR S REGULIRANIM PROTOKOM
Protok	$Q = \frac{Q_1 \cdot n}{\eta_{vol}}$ [m ³ /s]	$Q = \frac{Q_1 \cdot n \cdot \tan \alpha}{\tan \alpha_{max} \cdot \eta_{vol}}$ [m ³ /s]
Izlazna brzina vrtnje	$n = \frac{Q \cdot \eta_{vol}}{Q_1}$ [s ⁻¹]	$n = \frac{Q \cdot \eta_{vol} \cdot \tan \alpha_{max}}{Q_1 \cdot \tan \alpha}$ [s ⁻¹]
Izlazni moment	$T = \frac{Q_1 \cdot \Delta p \cdot \eta_{meh}}{2 \cdot \pi}$ [Nm]	$T = \frac{Q_1 \cdot \Delta p \cdot \eta_{meh} \cdot \tan \alpha}{2 \cdot \pi \cdot \tan \alpha_{max}}$ [Nm]
Izlazna snaga	$P = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot T$ $P = Q \cdot \Delta p \cdot \eta_{vol} \cdot \eta_{meh}$ [kW]	$P = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot T$ $P = Q \cdot \Delta p \cdot \eta_{vol} \cdot \eta_{meh}$ [kW]

$$\eta_{uk} = \eta_{meh} \cdot \eta_v = 0,8 \dots 0,92$$

1.2.4. Raspodjela sila na pumpi

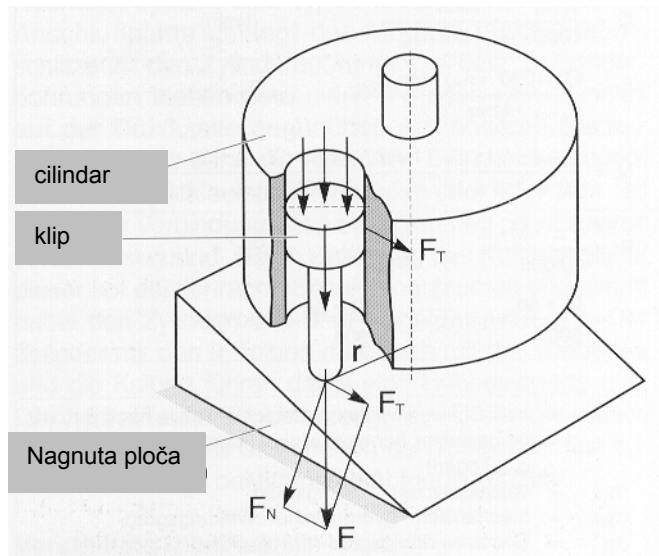


1.2.5. Raspodjela sila na hidromotoru



Osnovni članovi pogona aksijalno – klipnih strojeva s nagnutom pločom su:

CILINDAR → KLIP → NAGNUTA PLOČA



Sila tlaka

$$F_p = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot p \quad (1.3)$$

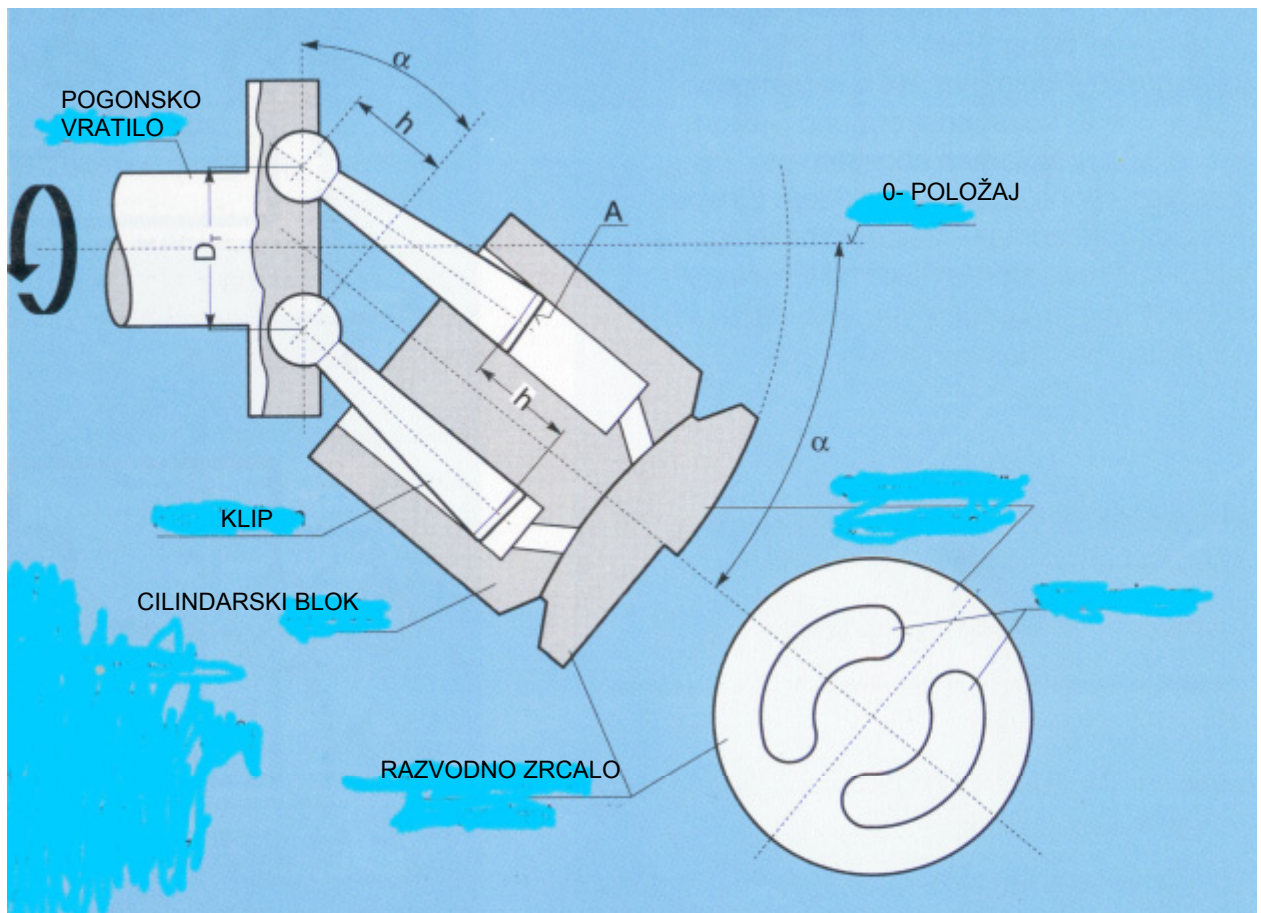
Tangencijalna sila - sila reakcije na dovedeni moment kod pumpe odn. produktivne sile kod hidromotora izaziva oštećenje stijenke cilindra i stvaranje ekscentričnog raspora.

$$F_T = F_p \cdot \tan \alpha \quad (1.4)$$

Normalna sila – sila koju je potrebno kompenzirati izvedbom hidrostatskog podmazivanja klizne papučice.

$$F_N = \frac{F_p}{\cos \alpha} \quad (1.5)$$

1.3 AKSIJALNO KLIPNI STROJEVI S NAGNUTIM BUBNJEM



h - hod klipa

$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$ - površina poprečnog presjeka klipa/cilindra

D_T - diobeni promjer kuglastih ležajeva

α - nagib bubnja, $\alpha_{\max} = \pm 40^\circ$

z - broj klipova

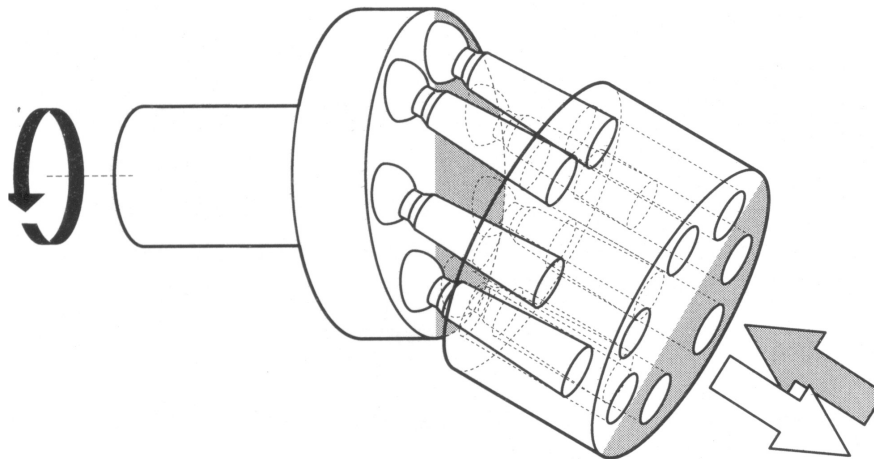
Hod klipa:

$$h = D_T \cdot \sin \alpha \quad (1.6)$$

Specifični protok:

$$Q_1 = A \cdot h \cdot z = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot z \cdot D_T \cdot \sin \alpha \quad (1.7)$$

1.3.1. Princip rada strojeva s nagnutim bubnjem



Način rada pumpe

Zakretanjem pogonskog vratila počinju se zakretati i klipovi koji su preko kuglastih ležajeva vezani na prirubnicu vratila. Zajedno sa klipovima počinje rotirati i cilindarski blok. Zbog izvedenog nagiba bloka, klipovi se također pomiču aksijalno u cilindrima. Svi cilindri u kojima se povećava radna komora spojeni su na usisni kanal razvodnog zrcala i u toj fazi oni **usisavaju** radnu tekućinu. U području u kojem se klipovi približavaju razvodnom zrcalu smanjuje se volumen radnih komora te klipovi **potiskuju** radnu tekućinu u tlačni kanal razvodnog zrcala.

Način rada hidromotora

Ulje **pod tlakom** dolazi u cilindre koji su u tom momentu spojeni sa dovodnim kanalom razvodnog zrcala. Cilindri bivaju potiskivani, a tangencijalna komponenta sile tlaka koja se pojavljuje zbog nagiba bubnja izaziva rotaciju cilindarskog bloka i pogonskog vratila. U fazi kada se klip približava razvodnom zrcalu ulje s **minimalnim tlakom** odlazi iz hidromotora.

1.3.2 Proračun veličina za pumpu

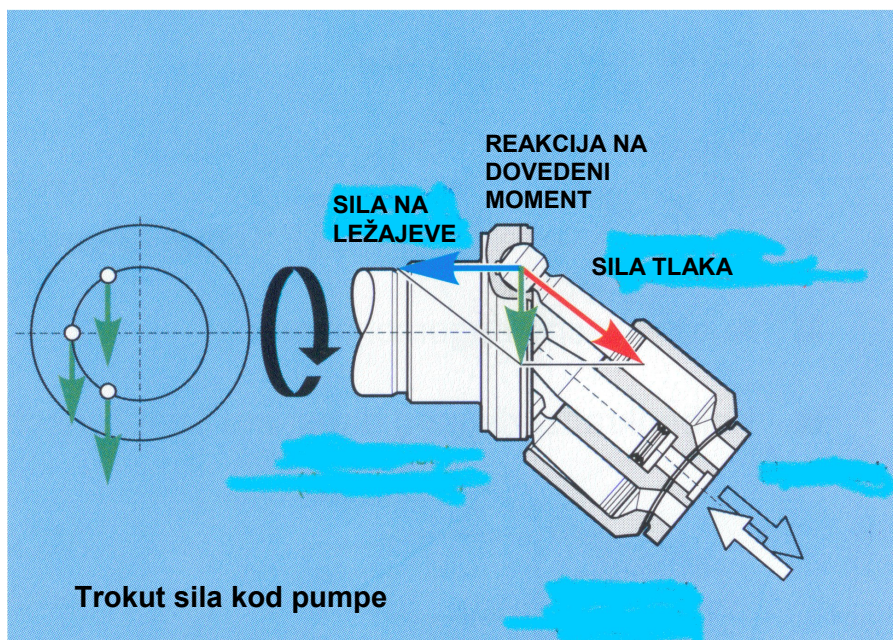
	PUMPA KONSTATNOG PROTOKA	PUMPA S REGULIRANIM PROTOKOM
Protok	$Q = Q_1 \cdot n \cdot \eta_{vol}$ [m ³ /s]	$Q = \frac{Q_1 \cdot n \cdot \sin \alpha \cdot \eta_{vol}}{\sin \alpha_{max}}$ [m ³ /s]
Ulazna brzina vrtnje	$n = \frac{Q}{Q_1 \cdot \eta_{vol}}$ [s ⁻¹]	$n = \frac{Q \cdot \sin \alpha_{max}}{Q_1 \cdot \eta_{vol} \cdot \sin \alpha}$ [s ⁻¹]
Ulazni moment	$T = \frac{Q_1 \cdot \Delta p}{2 \cdot \pi \cdot \eta_{meh}}$ [Nm]	$T = \frac{Q_1 \cdot \Delta p \cdot \sin \alpha}{2 \cdot \pi \cdot \eta_{meh} \cdot \sin \alpha_{max}}$ [Nm]
Pogonska snaga	$P = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot T$ $P = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta_{vol} \cdot \eta_{meh}}$ [kW]	$P = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot T$ $P = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta_{vol} \cdot \eta_{meh}}$ [kW]

1.3.3 Proračun veličina za hidromotor

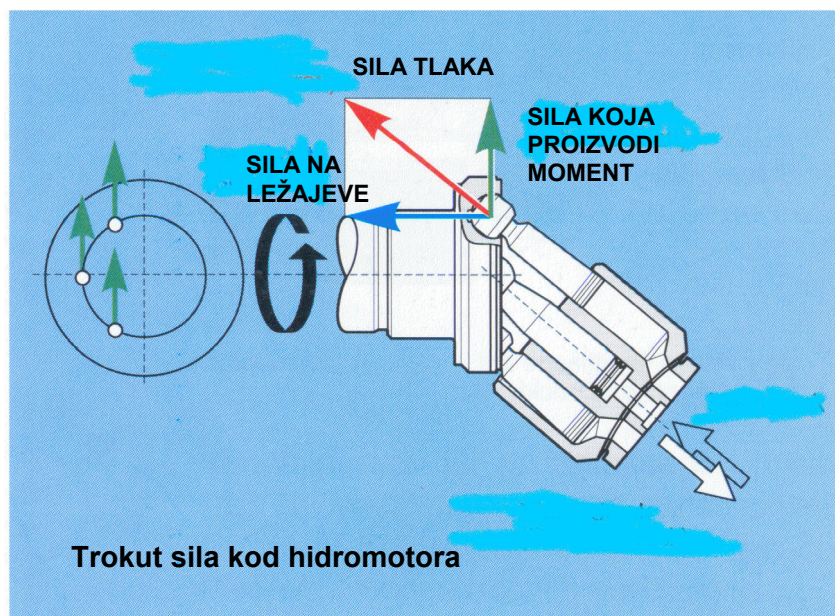
	HIDROMOTOR KONSTATNOG PROTOKA	HIDROMOTOR S REGULIRANIM PROTOKOM
Protok	$Q = \frac{Q_1 \cdot n}{\eta_{vol}}$ [m ³ /s]	$Q = \frac{Q_1 \cdot n \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha_{max} \cdot \eta_{vol}}$ [m ³ /s]
Izlazna brzina vrtnje	$n = \frac{Q \cdot \eta_{vol}}{Q_1}$ [s ⁻¹]	$n = \frac{Q \cdot \eta_{vol} \cdot \sin \alpha_{max}}{Q_1 \cdot \sin \alpha}$ [s ⁻¹]
Izlazni moment	$T = \frac{Q_1 \cdot \Delta p \cdot \eta_{meh}}{2 \cdot \pi}$ [Nm]	$T = \frac{Q_1 \cdot \Delta p \cdot \eta_{meh} \cdot \sin \alpha}{2 \cdot \pi \cdot \sin \alpha_{max}}$ [Nm]
Izlazna snaga	$P = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot T$ $P = Q \cdot \Delta p \cdot \eta_{vol} \cdot \eta_{meh}$ [kW]	$P = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot T$ $P = Q \cdot \Delta p \cdot \eta_{vol} \cdot \eta_{meh}$ [kW]

$$\eta_{uk} = \eta_{meh} \cdot \eta_v = 0,82 \dots 0,93$$

1.3.4. Raspodjela sila na pumpi

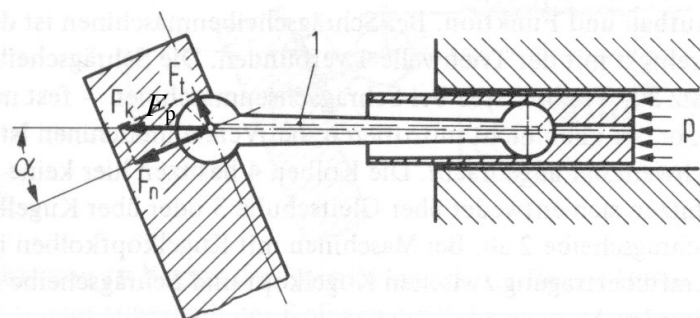


1.3.5. Raspodjela sila na hidromotoru



Osnovni članovi pogona aksijalno – klipnih strojeva s nagnutim bubnjem su:

CILINDARSKI BLOK → KLIP → PRIRUBNICA VRATILA



Sila tlaka:

$$F_p = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot p \quad (1.8)$$

Tangencijalna sila - sila reakcije na dovedeni moment kod pumpe odn. produktivne sile kod hidromotora izaziva oštećenje stijenke cilindra i stvaranje ekscentričnog raspora.

$$F_t = F_k \cdot \sin \alpha \quad (1.9)$$

Normalna sila - silu na ležajevе je potrebno kompenzirati izvedbom hidrostatskog podmazivanja kuglastog ležaja

$$F_N = F_k \cdot \cos \alpha \quad (1.10)$$

1.4 PRIMJER PRORAČUNA AKSIJALNOG STROJA S NAGNUTIM BUBNJEM

Zadano je:

Specifični protok stroja: **125 cm³/okr**

Maksimalna brzina vrtnje: **1500 o/min**

Maksimalni tlak: **350 bar**

1.4.1 Proračun promjera klipa/cilindra

Iz izraza za specifični protok:

$$Q_1 = A \cdot h \cdot z = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \lambda \cdot d \cdot z$$

$$\lambda = \frac{h}{d} = 1 \dots 2 \text{ konstrukcijski omjer hoda i promjera klipa/cilindra}$$

$z = 5, 7, 9, 11$ - izbor broja klipova

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{4 \cdot Q_1}{\lambda \cdot \pi \cdot z}}$$

Odobire se: $\lambda = 1,5$ $z = 7$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 125 \cdot 10^3}{1,5 \cdot \pi \cdot 7}} = 24,7$$

Usvaja se promjer klipa/klipnjače $d = 25 \text{ mm}$

1.4.2 Hod klipa

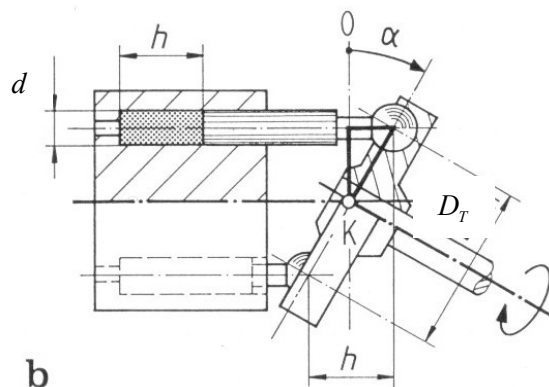
$$h = \lambda \cdot d = 1,5 \cdot 25 = 37,5 \text{ mm}$$

1.4.3. Kontrola specifičnog protoka

$Q_1 = A \cdot h \cdot z = \frac{2,5^2 \cdot \pi}{4} \cdot 3,75 \cdot 7 = 128,9 \text{ cm}^3/\text{okr}$ što je nesto više od zadanog zbog zaokruživanja proračunski dobivenog promjera klipa/cilindra.

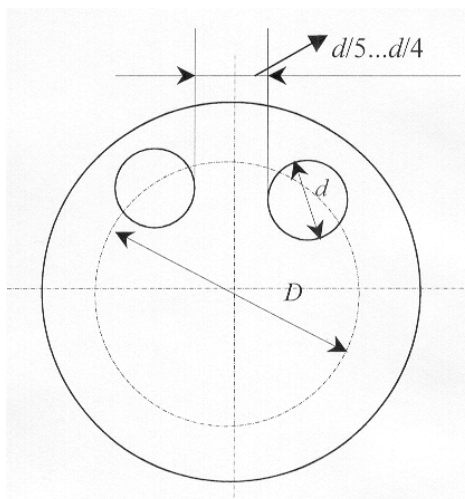
1.4.4 Diobeni promjer na prirubnici vratila

$$D_r = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{37,5}{\sin 40^\circ} = 58,3 \text{ mm}$$



1.4.5 Diobeni promjer cilindarskog bubnja

Temeljem zahtjeva za razmještajem klipova unutar cilindarskog bubnja, slijedi izraz:



$$D \cdot \pi = z \cdot \left[d + \left(\frac{d}{5} \dots \frac{d}{4} \right) \right] = (1,2 \dots 1,25) \cdot z \cdot d$$

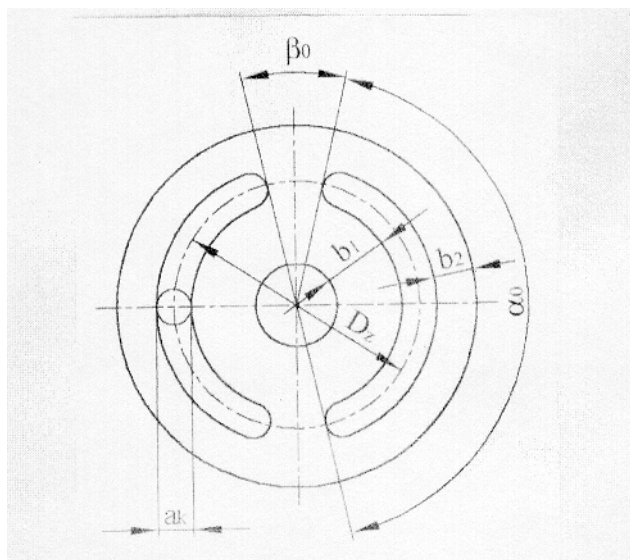
slijedi da je promjer cilindarskog bubnja:

$$D = \frac{(1,2 \dots 1,25) \cdot z \cdot d}{\pi} = \frac{1,25 \cdot 7 \cdot 25}{\pi} = 69,6 \text{ mm}$$

Usvaja se promjer na kojem su razmješteni klipovi u cilindarskom bubnju:

$$D = 70 \text{ mm}$$

1.4.6 Dimenzije razvodnog zrcala



Dimenzije su razvodnog zrcala niz preporuka², koje treba uskladiti s već izračunatim dimenzijama stroja.

$$\beta_o = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{d}{D_z}\right)$$

$$D_z = D = 70 \text{ mm}$$

$$\beta_o = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{25}{70}\right) = 41^\circ 51''$$

Centralni kut kanala jest:

$$\alpha_o = 180 - \beta_o = 138^\circ 9''$$

Širina kanala razvodnog zrcala je prema preporuci:

$$a_k = 0,5 \cdot d = 0,5 \cdot 25 = 12,5 \text{ mm}$$

Brzina strujanja u kanalu ne smije biti veća od 8 m/s, te je stoga potrebno napraviti kontrolu.

Protok kroz jedan cilindar jest:

$$Q_{cyl} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h \cdot \frac{n}{60} = \frac{(25 \cdot 10^{-3})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 37,5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1500}{60} = 460 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

Površina poprečnog presjeka kanala je:

$$A_k = \frac{a_k^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(12,5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot \pi}{4} = 123 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Pa je brzina strujanja kroz kanala:

² Bašta, T. M., Mašinstroiteljnaja gidravlika, Mašinstroenie, Moskva, 1971.

$v_k = \frac{Q_{cil1}}{A_k} = \frac{460 \cdot 10^{-6}}{123 \cdot 10^{-6}} = 3,7 \text{ m/s}$ što je u dopuštenim granicama, te dimenzija širine kanala zadovoljava.

Širina unutarnjeg brtvenog pojasa:

$$b_{1\min} = 0,125 \cdot d = 0,125 \cdot 25 = 3,125 \text{ mm}$$
 usvojiti prema ostalim dimenzijama stroja.

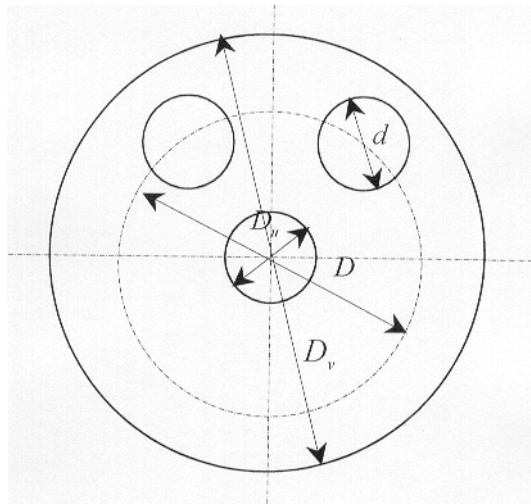
Širina vanjskog brtvenog pojasa:

$$b_{2\min} = 0,8 \cdot b_{1\min}$$

Da bi se izbjegle nagle promjene tlakova u cilindrima stroja u momentu kada se klip nalazi u GMT ili DMT, krajevi se razvodnih kanala zaobljuju, s polumjerom zaobljenja:

$c = \frac{b_1}{3}$ gdje je b_1 usvojena širina unutarnjeg brtvenog pojasa.

1.4.7. Dimenzije cilindarskog bubnja



Promjer otvora za vodeći klip

$$D_u = D - d - 1,25 \cdot d = 70 - 25 - 1,25 \cdot 25$$

$$D_u = 13,75 \text{ mm}$$

Usvaja se $D_u = 14 \text{ mm}$

Vanjski promjer cilindarskog bubnja

$$D_v = D + d + 1,25 \cdot d = 70 + 25 + 1,25 \cdot 25$$

$$D_v = 106,25 \text{ mm}$$

Usvaja se $D_v = 100 \text{ mm}$

Promjer otvora na razvodnom zrcalu, te vanjski promjer razvodnog zrcala uskladiti s dimenzijama cilindarskog bubnja.

2 PODMAZIVANJE KLIZNIH PAROVA I ZGLOBOVA HIDROSTATSKIH STROJEVA³

2.1 TEORIJSKE OSNOVE HIDROSTATSKOG PODMAZIVANJA

Kod hidrostatskih strojeva problem podmazivanja kliznih parova (kuglasti zglobovi, odrivne papučice, razvodna zrcala, ležajevi) poseban je problem zbog velikih tlakova, u slučajevima malih brzina gibanja ili pak njišućih gibanja. U takvim je slučajevima nemoguće postići hidrodinamički uljni film, već se mora primijeniti hidrostatsko podmazivanje kod kojeg debljina uljnog filma ne ovisi o brzini gibanja.

Kreće se od činjenice da se za podmazivanje koristi radna tekućina koja se ponaša se prema Newtonovom zakonu viskoznog trenja, koji glasi:

³ Obsieger, J., *Podmazivanje kliznih parova i zglobova hidrostatskih strojeva*, Hidraulika i pneumatika, 29, str. 916-927, 1975.

$$\tau_x = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} . \quad (2.1)$$

Tada će trenja kod pokretanja biti ravno nuli, a rast će s povećanjem relativne brzine gibanja. Primjenom hidrostatskog podmazivanja sprečava se dodir metalnih površina. S obzirom da su sile u hidrostatskih strojevima proporcionalne tlaku, to će i srednji dodirni pritisci na kliznim površinama biti proporcionalni tlakovima u sustavu.

Time se samo po sebi nameće mogućnost da se pravilnim dimenzioniranjem kliznih ploha, kompenziraju sve sile koje su se uslijed radnog tlaka i pojavile.

To je dobro poznati **princip autokompencijacije tlaka**, kojeg je moguće teorijski objasniti.

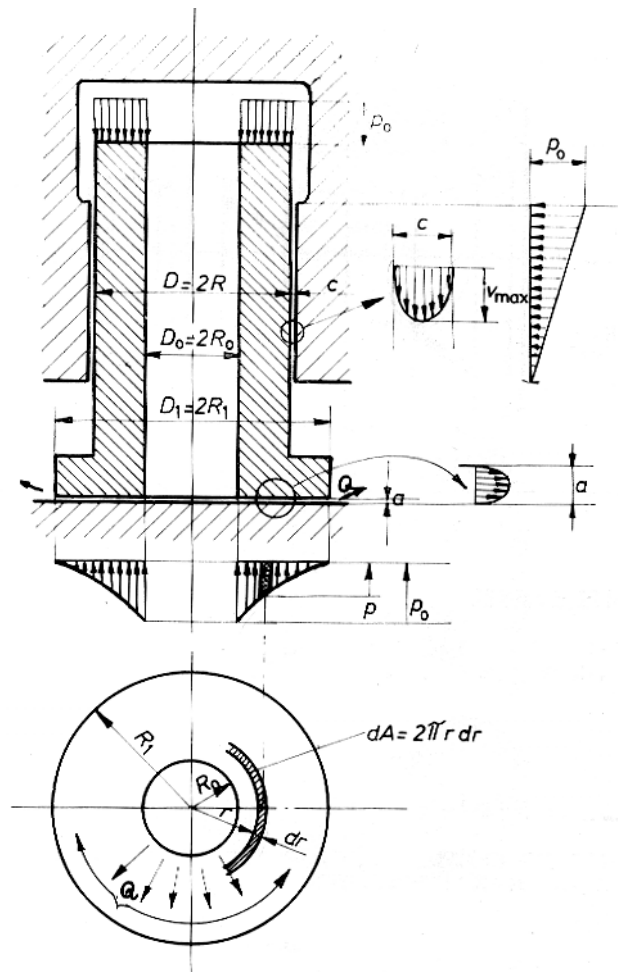
Najjednostavniji je slučaj kompenzacije sila na klip kako je to prikazano na Slici. 2.1.

Odrivnu papučicu je potrebno tako dimenzionirati da tvori međuprostor debljine a , tako da suma tlakova sa donje strane papučice bude jednaka sili na gornju stranu klipa:

$$\int_{R_o}^{R_i} p dA = p_o \pi (R^2 - R_o^2) . \quad (2.2)$$

Pri tome je potrebno poznavati zakon raspodjele tlakova u uljnom filmu. Ako je njegova debljina a vrlo mala i konstantna (dovoljno je da bude nešto malo veća od sume neravnina kliznih ploha), raspodjela tlakova ovisit će samo o njegovom obliku u smjeru okomitom na a . Male promjene debljine uljnog filma neće imati utjecaja na krivulju raspodjele tlakova p nego samo na protok ulja Q u ovom međuprostoru sve dok je u tom prostoru laminarno strujanje.

Ovakvo rješenje ipak ne daje stabilan uljni film, jer ga tlak s donje strane papučice nastoji povećati, a tlak na klip smanjiti, osobito u slučaju smetnji u obliku sila trenja na plaštu klipa ili sila ubrzanja.



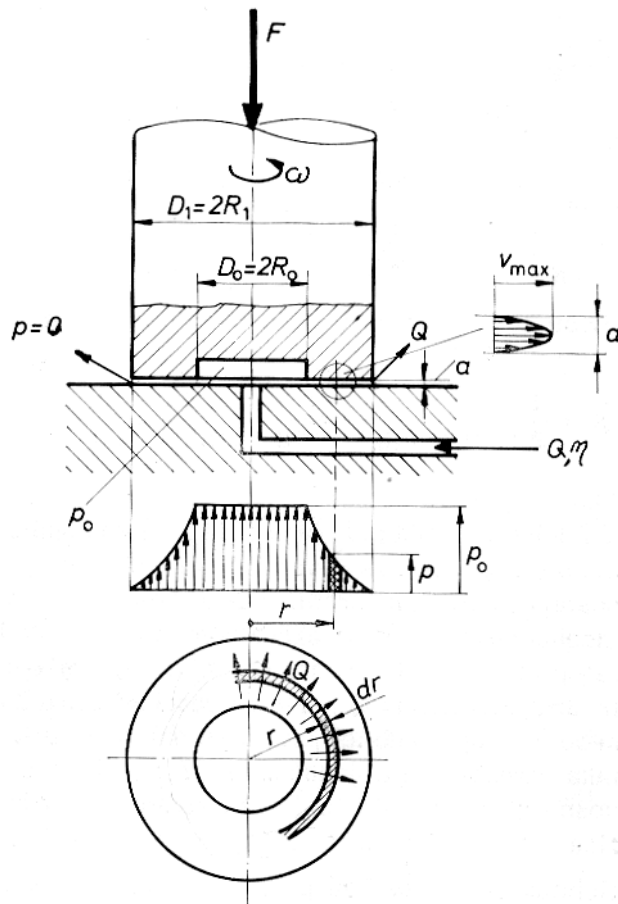
Slika 2.1 Ravnoteža tlaka na klip i papučicu (nestabilni uljni film)

Kod ovakvih se kliznih parova pojavljuju dvije vrste gubitaka na temelju kojih se procjenjuje iskoristivost hidrostatskih strojeva:

- a) gubici od sila trenja, koji se pojavljuju u uljnom filmu kod relativnog gibanja površina između kojih se taj film nalazi. Kod pokretanja ili polaganog gibanja ove sile trenja praktički nestaju, dok se kod većih relativnih brzina može postići da budu puno manje nego li kod odgovarajućeg hidrodinamičkog podmazivanja.
- b) Gubici strujanja u uljnom filmu, koji se računavaju u volumetričke gubitke.

Hidrostatsko se podmazivanje može primijeniti na ravne, cilindrične i kuglaste klizne parove te za pravocrtno, rotacijsko, njišuće ili kombinirano gibanje, kao i za konstantne i promjenjive sile i tlakove.

Za teorijsko tumačenje hidrostatskog podmazivanja razmotrit će se primjer ravnog prstenastog ležaja s hidrostatskim uljnim filmom konstantne debljine. Takvo se rješenje uspješno primjenjuje kod aksijalnih ležajeva rotacijskih strojeva.



Slika 2.2. Hidrostatski ležaj – raspodjela tlakova

Ako se u centralni reces prstenastog ležaja prema Slici 2.2. dovodi neki konstantni protok tekućine Q pod tlakom p_0 , konstantne viskoznosti η , onda će se u tankom prstenastom međuprostoru uspostaviti laminarno strujanje u radijalnom smjeru i kroz svaki elementarni prsten polumjera $r \gg \text{širine} \gg 2\pi r$ okomito na smjer strujanja i «dužine» dr prolaziti isti protok, s time da će se na razmaku dr uspostaviti prema Hagen-Poiseuillovom zakonu pad tlaka:

$$dp = \frac{6\eta Q}{\pi a^3} \frac{dr}{r} \quad (2.3)$$

Integracijom diferencijalne jednačbe (2.3) od R_1 do r dobiva se raspodjela tlakova po polumjeru:

$$p = \frac{6\eta Q}{\pi a^3} \ln \frac{R_1}{r} \quad (2.4)$$

Raspodjela je tlakova logaritamska krivulja što je i vidljivo na Slici 2.2. Ako se uvrsti $r = R_o$ i $p = p_o$, dobije se odnos protoka i tlaka u recesu:

$$p_o = \frac{6\eta Q}{\pi a^3} \ln \frac{R_1}{R_o} \quad (2.5)$$

Dijeljenjem izraza (2.4) i (2.5) dobije se omjer tlaka u recesu i tlaka u uljnom filmu:

$$p = p_o \frac{\ln \frac{R_1}{r}}{\ln \frac{R_1}{R_o}} \quad (2.6)$$

Ukupna se nosivost ležaja dobije sumiranjem sila tlakova:

$$F = p_o R_o^2 \pi + \int_{R_o}^{R_1} p 2\pi r dr \quad (2.7)$$

što s p iz (2.6) daje:

$$F = \frac{\pi p_o}{2} \frac{R_1^2 - R_o^2}{\ln \frac{R_1}{R_o}} = \frac{\pi p_o}{8} \frac{D_1^2 - D_o^2}{\ln \frac{D_1}{D_o}} \quad (2.8)$$

Uvrsti li se p_o iz (2.5) u (2.8) dobije se ovisnost sile F i protoka Q :

$$Q = \frac{1}{3} \frac{F a^3}{\eta (R_1^2 - R_o^2)} = \frac{4}{3} \frac{F a^3}{\eta (D_1^2 - D_o^2)} \quad (2.9)$$

Gubitak snage uslijed protoka Q slijedi iz jednadžbe (2.5):

$$P_o = p_o Q = \frac{\pi p_o^2 a^3}{6\eta \ln \frac{R_1}{R_o}} \quad (2.10)$$

Sila trenja kod translacijskog gibanja brzinom v računa se iz (2.1) uz pretpostavku trokutastog profila brzina:

$$F_t = \pi(R_1^2 - R_o^2) \eta \frac{v}{a} \quad (2.11)$$

a odgovarajući gubitak snage jest:

$$P_t = F_t v = \pi(R_1^2 - R_o^2) \eta \frac{v^2}{a} \quad (2.12)$$

Ako je dubina recesa promjera $2R_o$ znatno veća od a , tada se trenje u recesu može zanemariti.

Moment trenja uslijed rotacije kutnom brzinom dobije se iz momenta trenja dM_t na elementarnom prstenu površine $2\pi r dr$, koji se giba u odnosu na drugi prsten obodnom brzinom $r\varpi$ pa je:

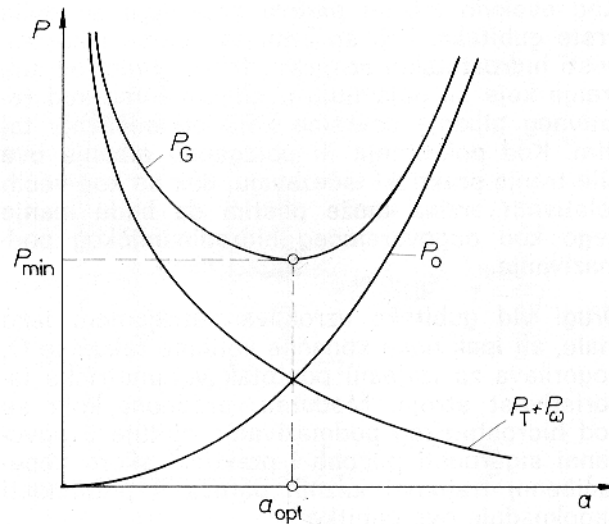
$$dM_t = 2\pi r dr \eta \frac{r\varpi}{a} r = \frac{2\pi\eta\varpi}{a} r^3 dr, \quad (2.13)$$

a ukupni moment je:

$$M_t = \frac{2\pi\eta\varpi}{a} \int_{R_o}^{R_1} r^3 dr = \frac{\pi\eta\varpi}{2a} (R_1^4 - R_o^4), \quad (2.14)$$

pa je gubitak trenja zbog rotacije:

$$P_\varpi = M_t \varpi = \frac{\pi\eta\varpi^2}{2a} (R_1^4 - R_o^4) \quad (2.15)$$



Slika 2.3 Optimizacija debljine uljnog filma za jednostavni hidrostatski ležaj

Ukupni gubici trenja, ako se gibanja događaju istovremeno jesu:

$$P_G = P_o + P_t + P_w \quad (2.16)$$

Gubitak P_o uslijed protoka Q proporcionalan je trećoj potenciji debljine uljnog filma a , dok su gubici uslijed rotacijskog i translacijskog gibanja obrnuto proporcionalni debljini uljnog filma.

Za ležaj određenih dimenzija može se temeljem Slike 3.2 odrediti optimalna debljina uljnog filma za koju će suma svih gubitaka biti minimalna.

Umjesto grafičkog rješenja može se a_{opt} odrediti analitički:

$$\frac{dP_G}{da} = 0 \quad (2.17)$$

iz čega se dobije a_{opt} i P_{Gmin} .

2.2 RAVNE PRSTENASTE ODRIVNE PAPUČICE

Za papučicu klipa na Slici 2.1 mora za potpunu kompenzaciju tlaka na klip biti ispunjen uvjet prema izrazu (2.2):

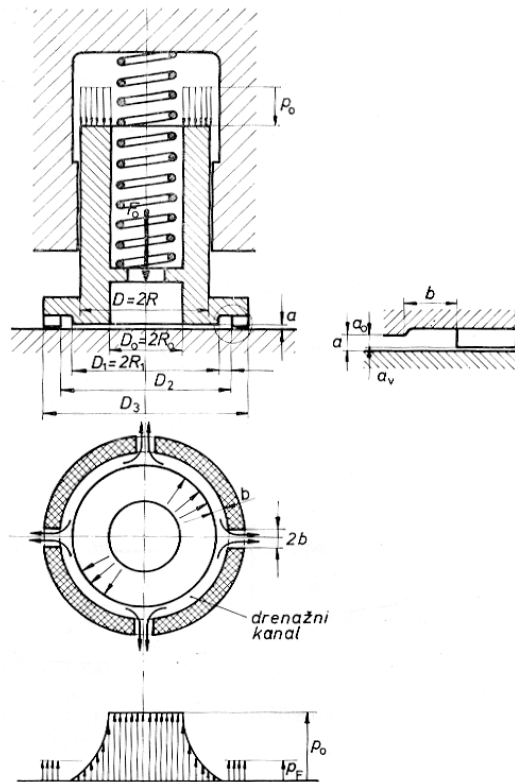
$$p_o \pi (R^2 - R_o^2) = \int_{R_o}^{R_1} p 2\pi r dr \quad (2.18)$$

S p iz (2.6) slijedi uvjet za potpunu kompenzaciju:

$$\left(\frac{R}{R_o}\right)^2 = \frac{\left(\frac{R_1}{R_o}\right)^2 - 1}{2 \ln \frac{R_1}{R_o}} \quad (2.19)$$

To, međutim, nije dovoljan uvjet za postizanje stabilnog uljnog filma konstantne debljine a neovisno o vanjskim smetnjama i manjim odstupanjima od izraza (2.19). U nastavku će biti opisana tri načina stabilizacije uljnog filma.

2.2.1 Mehanička stabilizacija debljine uljnog filma



Slika 2.4 Hidrostatsko podmazivanje odrivne papučice klipa uz mehaničku stabilizaciju debljine uljnog filma

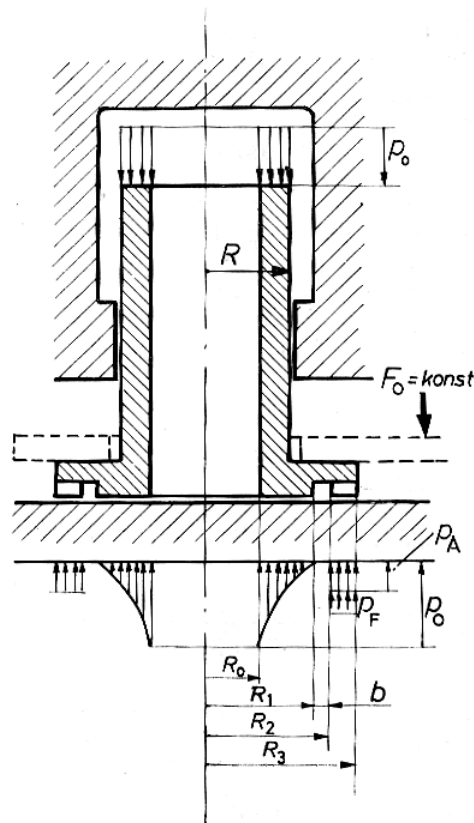
Polumjeri R , R_o i R_1 moraju zadovoljiti uvjet iz izraza (2.19), dok vanjski prsten, koji je odvojen drenažnim kanalom širine $b \gg a$ i presječen kanalima širine $2b$ na više mjesta, mora imati tako veliku površinu, da dodirni pritisak na njoj izazvan silom opruge F_o bude u dozvoljenim granicama. Između unutrašnjeg i vanjskog prstena postoji razlika visine a_o , pa će sila opruge, smanjivši debljinu uljnog filma na površini vanjskog prstena na veličinu a_v , imati za posljedicu da se na unutrašnjem prstenu mehanički održava konstantna debljina uljnog filma:

$$a = a_o + a_v$$

Silu opruge treba tako ocijeniti da nikad ne bude manja od sile koju stvaraju smetnje.

Ovakav je način kompenzacije tlaka na klip vrlo efikasan, iako može doći do trošenja vanjskog prstena papučice i postepenog smanjivanja razlike, a time i do smanjenja debljine uljnog filma.

2.2.2. Stabilizacija debljine uljnog filma djelomičnom kompenzacijom tlaka na klip



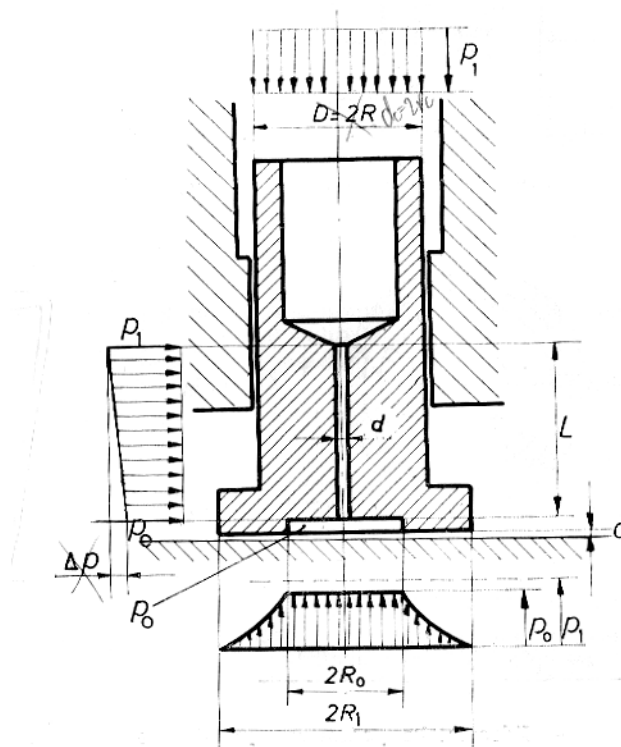
Slika 2.5 Djelomična kompenzacija tlaka na klip

Izvodi se tako da se odabere omjer R/R_o nešto malo manji nego što odgovara izrazu (2.19). Ovaj slučaj kompenzacije prikazan na Slici 2.5 obično kompenzira 95

% tlaka na klip, ali se opet dodaje još jedna vanjska prstenasta površina kao što je prikazano na Slici 2.4.

U praksi se obično izvodi kombinirana kompenzacija, tako da se kao prema Slici 2.5 dodaje još jedno konstantno opterećenje F_o s oprugom, koja djeluje na obodu papučice, ali tako da ukupni dozvoljeni pritisak na vanjskom prstenu bude u dozvoljenim granicama $3 \dots 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

2.2.3 Automatska stabilizacija debljine uljnog filma



Slika 2.6 Automatska stabilizacija debljine uljnog filma

Automatska se stabilizacija debljine uljnog filma može ostvariti ako se između prostora iznad klipa i recesa promjera $2R_o$ proizvede neki pad tlaka od p_1 na p_o (na primjer ugradnjom kapilare promjera d i dužine L). Tada za uvjet ravnoteže na klipu vrijedi prema izrazu (2.8) odnos:

$$p_1 \pi R^2 = p_o \pi \frac{R_1^2 - R_o^2}{2 \ln \frac{R_1}{R_o}} \quad (2.20)$$

ili

$$\frac{p_1}{p_o} = \frac{R_1^2 - R_o^2}{2R^2 \ln \frac{R_1}{R_o}} = \left(\frac{R_o}{R}\right)^2 \frac{\left(\frac{R_1}{R_o}\right)^2 - 1}{2 \ln \frac{R_1}{R_o}} \quad (2.21)$$

Da bi se dobile povoljne dimenzije kapilare (d i L), mora omjer p_1 / p_o biti što bliže jedinici.

Iz (2.21) može se za određeni omjer R_1 / R_o i zadani p_1 / p_o izračunati dimenzije papučice R_o i R_1 . Izraz (2.21) može se napisati u obliku:

$$\left(\frac{R}{R_o}\right)^2 = \frac{p_o}{p} \frac{\left(\frac{R_1}{R_o}\right)^2 - 1}{2 \ln \frac{R_1}{R_o}} \quad (2.22)$$

pri čemu je uočljiva sličnost s uvjetom iz izraza (2.19). Za laminarno strujanje kroz kapilaru prema Hagen-Poiseuilleovom zakonu, može se protok odrediti iz izraza:

$$Q = \frac{\pi d^4 (p_1 - p_o)}{128 \eta L} \quad (2.23)$$

Prema (2.5) može se za prstenasti rasporedivne papučice računati protok:

$$Q = \frac{\pi a^3 p_o}{6 \eta \ln \frac{R_1}{R_o}} \quad (2.24)$$

S obzirom da kroz kapilaru i rasporedivne papučice protječe ista količina ulja, to se izrazi (2.23) i (2.24) mogu izjednačiti čime se dobije uvjet ravnoteže:

$$\frac{a^3 L}{d^4} = \frac{3}{64} \left(\frac{p_1}{p_o} - 1\right) \ln \frac{R_1}{R_o} \quad (2.25)$$

Uvrstili li se u ovaj izraz uvjet ravnoteže prema (2.21), dobiva se nakon uređivanja izraz:

$$\frac{a^3 L}{d^4} = \frac{3}{64} \left(\frac{R_1^2 - R_o^2}{2R^2} - \ln \frac{R_1}{R_o} \right) \quad (2.26)$$

Iz izraza (2.26) je vidljivo da debljina uljnog filma kod određenih dimenzija papučice ne ovisi niti o viskoznosti ulja η niti o radnom tlaku p_1 , nego isključivo o dimenzijama kapilare d i L , pa će prema tome biti $a = konst.$

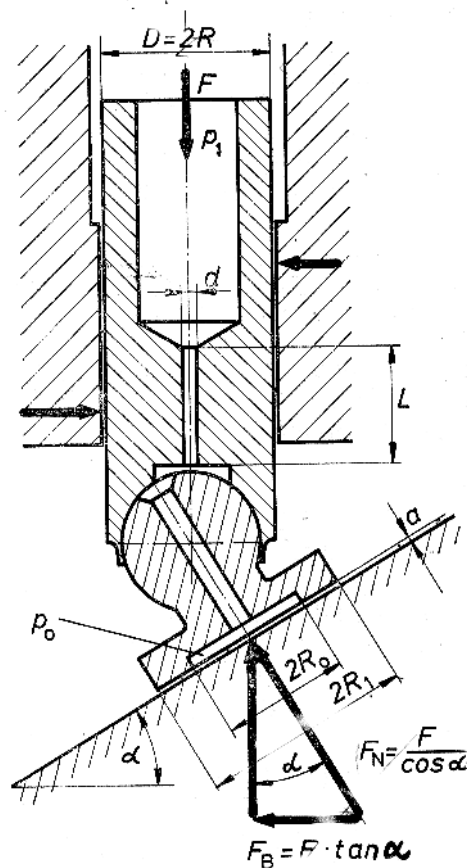
Ovo automatsko održavanje konstatne debljine uljnog filma a može se vrlo jednostavno protumačiti. Ovdje se, naime, radi o serijskom spajanju dvaju hidrauličkih otpora, od kojih je jedan konstatno prigušivanje (konstatne dimenzije), dok se drugom dimenzije mogu mijenjati. Ako se zamisli da se a iz bilo kojeg razloga poveća, otpor će se strujanja u prstenastom rasporu smanjiti, a istovremeno će se protok i pad tlaka u kapilari povećati (analizirati izraze (2.23) i (2.24)). To znači da se tlak p_o smanjio i sila na klip poveća i smanji a , na vrijednost određenu izrazom (2.26). Prema tome, ova dva serijska otpora uvijek će držati konstantan omjer pada tlaka $(p_1 - p_o) / p_o$.

Umjesto postupka optimizacije debljine uljnog filma, koji bi bio dosta kompliciran, bolje je krenuti od neke zadane minimalne debljine uljnog filma, koja će omogućiti siguran pogon bez trošenja. Za određene uvjete pogona (brzine klizanja, viskoznost ulja i sl.) potrebno je odrediti optimalni omjer R_1 / R_o .

Ako se odabere mali R_o bit će potreban velik R_1 , a volumetrički će gubici uslijed prolaska ulja u međuprostoru a biti mali, dok će gubici trenja na unutarnjoj prstenastoj površini kod relativnog gibanja u odnosu na podlogu biti veći. Ako se pak poveća R_o tako da se približi veličini R , onda je i R_1 biti manji (manji promjer odrivne papučice), međutim volumetrički gubici postaju veći, a manji gubici uslijed trenja. Zbog svega toga treba potražiti kompromis, tj. za određenu debljinu uljnog filma a (uvjetovanu kvalitetom obrade) treba naći optimalni odnos R_1 / R_o koji će dati najmanju sumu gubitaka.

PRIMJER 1.

Proračunati hidrostatski odzivni ležaj prema Slici 2.7 za klip promjera $2R = 20$ mm, uz zadani omjer stopala odzivne papučice $R_1/R_o = 1,627$ i omjer tlakova $p_1/p_o = 1,019$. Kut nagiba osi odzivne papučice prema vertikali $\alpha = 20^\circ$. Proračunati gubitke ulja kod tlaka $p_1 = 100$ bara, ako je debljina uljnog filma $a = 0,01$ mm, a viskoznost upotrebljenog ulja $\eta = 25 \cdot 10^{-3}$ Pas.



Slika 2.7 Ravnoteža sila na klip s papučicom na kosoj odzivnoj ploči

Analogno izrazu (2.20) može se za nagnutu papučicu prema Slici 2.7 napisati omjer:

$$\frac{p_1 \pi R^2}{\cos \alpha} = p_o \pi \frac{R_1^2 - R_o^2}{2 \ln \frac{R_1}{R_o}} \quad (2.27)$$

što uređenjem daje:

$$\left(\frac{R_1}{R} \right)^2 = \frac{p_1}{p_o} \frac{2}{\cos \alpha} \frac{\ln \frac{R_1}{R_o}}{1 - \left(\frac{R_o}{R_1} \right)^2} \quad (2.28)$$

odakle je $R_1 = 13,025$ mm odnosno promjer papučice $2R_1 = 26,05$ mm. Ovu se vrijednost može zaokružiti na $2R_1 = 26$ mm, a $2R_o = 16$ mm.

Prema izrazu (2.25):

$$\frac{a^3 L}{d^4} = \frac{3}{64} \left(\frac{p_1}{p_o} - 1 \right) \ln \frac{R_1}{R_o}$$

jest:

$$\frac{a^3 L}{d^4} = \frac{1}{2306}$$

Isto možemo kontrolirati prema izrazu (2.26):

$$\frac{a^3 L}{d^4} = \frac{3}{64} \left(\frac{R_1^2 - R_o^2}{2R^2} - \ln \frac{R_1}{R_o} \right)$$

gdje je zbog zaokruživanja geometrijskih veličina:

$$\frac{a^3 L}{d^4} = \frac{1}{2724}$$

zbog čega se iz izraza (2.28) radi korekcija omjera tlakova, koji je sada umjesto zadanog iznosi:

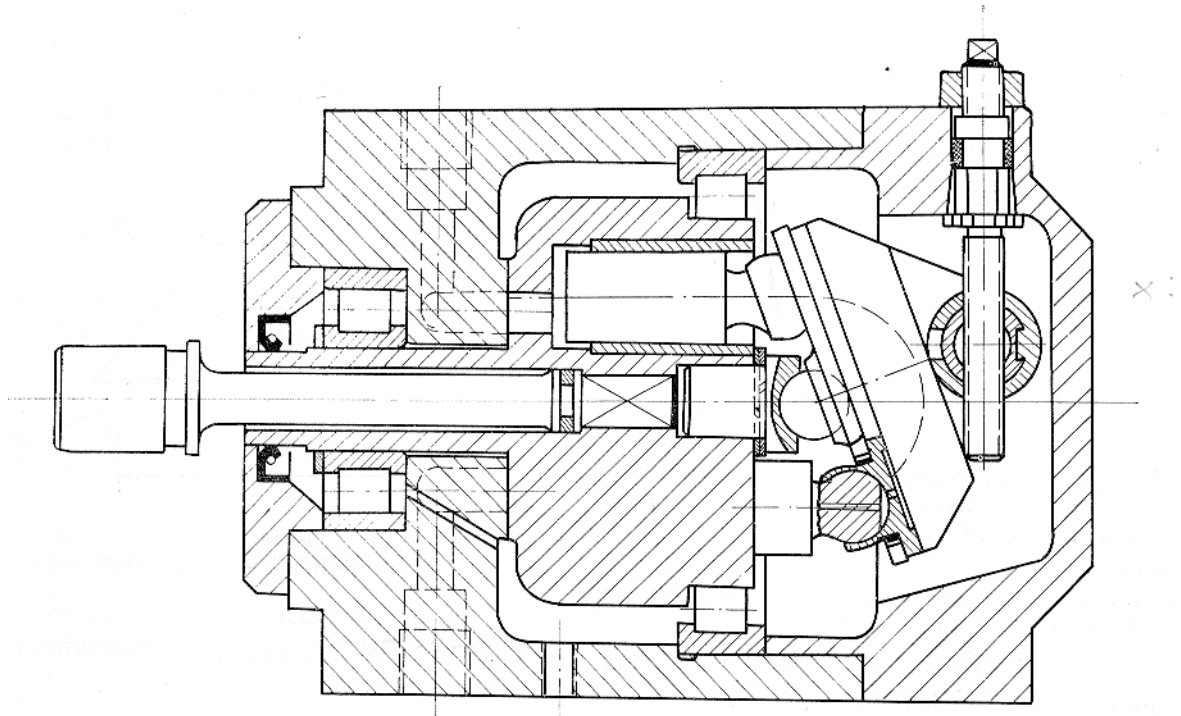
$$\frac{p_1}{p_o} = 1,0161$$

Uz zadanu debljinu uljnog filma i odabran promjer kapilare $d = 0,4$ mm, izlazi da je potrebna dužina kapilare $L = 9,4$ mm.

Kapilara ovako malog promjera može izazvati poteškoće kako kod izrade tako i kod eksploatacije, jer se može lako začepiti, uslijed prisustva nečistoća. Tehnološka rješenja za takav problem dana su u članku³. Pad se tlaka ($p_1 - p_o$) može ostvariti i na drugi način što će biti prikazano kod analize podmazivanja kuglastih zglobova.

³ Obsieger J, *Podmazivanje kliznih parova i zglobova hidrostatskih strojeva*, Hidraulika i pneumatika, 29, str. 916-927, 1975.

Na Slici 2.8 prikazan je jedan primjer konstrukcije hidrostatskog stroja s odriivnim papučicama i s automatskom kompenzacijom debljine uljnog filma.

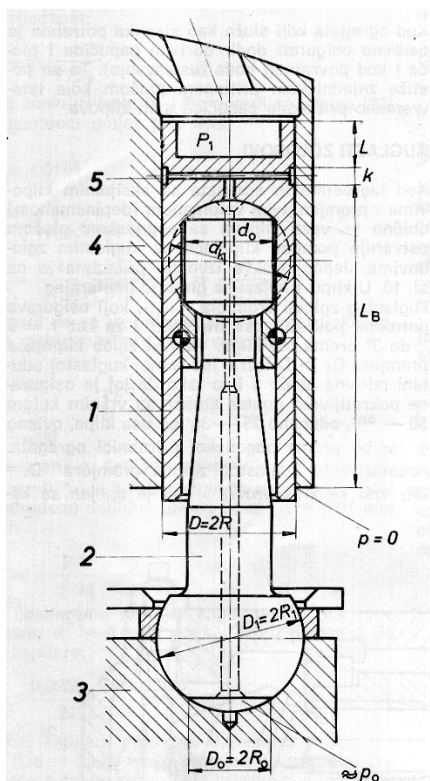


Slika 2.8 Primjer izvedbe hidrostatskog stroja s ravnim odriivnim papučicama

Kod strojeva koji rade kao pumpe, potrebno je osigurati dodir papučice i kose ploče i kod usisavanja. To se postiže zajedničkom pritismom pločom koja istovremeno pritiska papučice svih klipova.

2.3 KUGLASTI ZGLOBOVI

Kod hidrostatskih strojeva s aksijalno smještenim klipovima i nagnutim cilindarskim blokom, obično se veza klipova s prirubnicom pogonskog vratila ostvaruje pomoću klipnjače s kuglastim zglobovima, ili s klipom koji završava s kuglastim zglobovima. Jedna od mogućih izvedbi prikazana je na Slici 2. 9.



Slika 2.9 Konstrukcija veze klipa i prirubnice pogonskog vratila s kuglastim zglobovima

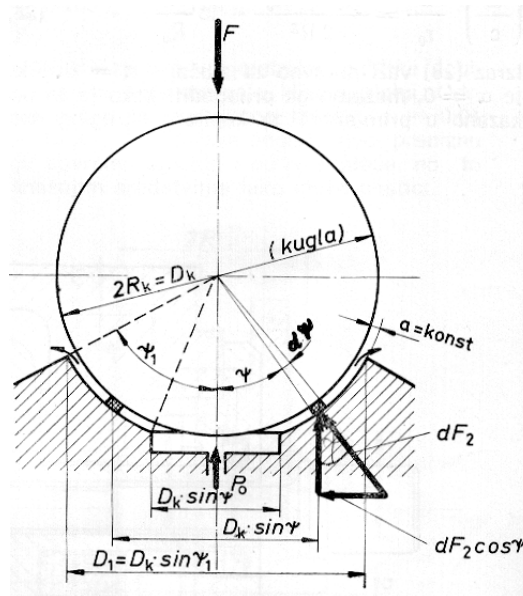
U klipu 1 nalazi se gnijezdo unutarnjeg kuglastog zgloba promjera d_k , koji osigurava potrebnu pokretljivost klipnjače 2 za kut $\varepsilon = 2 \dots 3^\circ$ prema osi klipa. Vanjski zglob klipnjače promjera $D_1 > D$ leži u lepiranoj kuglastoj udubini prirubnice vratila 3 i to tako da joj se osigura pokretljivost unutar stošca s vršnim kutem $50 - 60^\circ$, odnosno $25 - 30^\circ$ od osi klipa, ovisno o nagibu prema prirubnici. Podmazivanje kuglastog zgloba promjera $D_1 = 2R_1$ obavlja se kroz provrt 5 koji je spojen s kanalom na klipu širine k . S obzirom da će po čitavoj dužini plašta klipa biti približni pad tlaka od $p = p_1$ do $p = 0$, to će na dužinu izvodnice L otpasti odgovarajući manji pad tlaka od p_1 na p_o . Prema tome, zračnost između klipa i cilindra na dužini L ima ulogu prigušnice, odnosno kapilare u predhodnom primjeru. Njena je funkcija regulirati omjer p_1 / p_o , a time i debljinu nosivog uljnog filma u vanjskom kuglastom zglobovima.

Na unutarnjem je zglobu klipnjače tlak puno veći od p_o što osigurava nepropusnost osobito stoga što je zglob lepiran. Tu neće biti osiguran uljni film i pravilno podmazivanje, što, s obzirom na malu pokretljivost koju ima ovaj zglob, ne može imati štetne posljedice.

Princip djelovanja podmazivanja kuglastih zglobova je isti kao i kod ravnih papučica, pa se i proračun ravnoteže sile na klip i sile na zglob može izvršiti pomoću izraza sličnih onima za ravne papučice, uzevši u obzir da će odnos tlakova biti:

$$\frac{p_1}{p_o} \approx \frac{L_B + L}{L_B} \quad (2.29)$$

Ovdje treba naprije razmotriti hidrostatski nosivi uljni film za kuglasti zglob s konstatnom zračnošću a tj. kada se središte kuglaste udubine (gnijezda) u prirubnici i središte kugle podudaraju.



Slika 2.10 Ravnoteža sila na kuglastom hidrostatskom ležaju s konstatnom debljinom uljnog filma

Prema Slici 2.10 na elementarni prsten na površini kugle s centralnim kutem ψ i širine $d\psi$ promjera $2R_k \sin \psi$ može se primijeniti Hagen – Poisseuillov zakon za laminarno strujanje između dviju paralelnih ploča (zakrivljenost se zanemaruje, jer je $R_k \gg a$), koji u elementarnom obliku glasi:

$$dp = \frac{12 Q \eta dL}{B a^3} \quad (2.30)$$

Ako se za širinu B uvrsti opseg elementarnog prstena $2\pi R_k \sin \psi$, a za dužinu u smjeru strujanja dL uvrsti se širina elementarnog prstena $R_k d\psi$, pa to uvršeno u (2.30) daje:

$$dp = \frac{6Q\eta}{\pi a^3} \frac{d\psi}{\sin \psi} \quad (2.31)$$

Pritisak na elementarnom prstenu na kutu ψ dobije se integracijom (31) od ψ_1 do ψ :

$$p = \int_p^{pp_1=0} dp = \frac{6Q\eta}{\pi a^3} \int_{\psi}^{\psi_1} \frac{d\psi}{\sin \psi} = \frac{6Q\eta}{\pi a^3} \ln \frac{\tan \frac{\psi_1}{2}}{\tan \frac{\psi}{2}} \quad (2.32)$$

Za $\psi = \psi_o$ bit će $p = p_o$, pa se protok kroz raspor dobije iz izraza (2.32):

$$Q = \frac{\pi a^3 p_o}{6\eta \ln \frac{\tan \frac{\psi_1}{2}}{\tan \frac{\psi_o}{2}}} \quad (2.33)$$

Vidi se da su izrazi (2.31), (2.32) i (2.33) vrlo su slični izrazima (2.3), (2.4), (2.5) i (2.24) pa se iz toga može zaključiti da ako su D_1 i D_o mali u odnosu na D_K , tj. ako je „plitko“ gnijezdo onda izraz (2.33) prelazi u (2.24). Ako je D_o mali, a D_1 se približi D_K , potrebno je računati prema (2.33).

Uvrštavanjem Q iz (2.33) u (2.32) dobije se izraz za krivulju tlaka neovisnu o η , a i Q :

$$p = p_o \frac{\ln \tan \frac{\psi_1}{2} - \ln \tan \frac{\psi}{2}}{\ln \tan \frac{\psi_1}{2} - \ln \tan \frac{\psi_o}{2}} \quad (2.34)$$

Za $\psi_1 = 90^\circ$ (polukugla), tj. $\tan \frac{\psi_1}{2} = 1$ izlazi:

$$p = p_o \frac{\ln \tan \frac{\psi}{2}}{\ln \tan \frac{\psi_o}{2}} \quad (2.35)$$

Kut ψ_o , odnosno promjer D_o , mora kao i u (2.6), (2.7) i (2.8) itd. zadržati neku konačnu makar malu vrijednost, jer bi za $\psi_o = \ln 0 = -\infty$, pa izrazi od (2.32) do (2.35) isto kao ni (2.4) do (2.7) ne bi imali smisla.

Nosivost kuglastog ležaja može se proračunati prema Slici 2.10 sumiranjem (integracijom) vertikalnih komponenti pritiska. Komponenta koja otpada na reces promjera $D_o = D_K \sin \psi_o$ je:

$$F_1 = p_o \frac{\pi}{4} D_o^2 = p_o \frac{\pi}{4} D_K^2 \sin^2 \psi_o, \quad (2.36)$$

A dio koji otpada na kuglastu površinu računa se prema Slici 2. 10 integracijom:

$$F_2 = \int_{\psi_o}^{\psi_1} \cos \psi dF_2 \quad (2.37)$$

S obzirom da je radijalna sila na elementarni prsten:

$$dF_2 = p \frac{\pi}{2} D_K^2 \sin \psi d\psi \quad (2.38)$$

To je uz p prema (2.34) :

$$F_2 = p_o \frac{\pi}{4} D_K^2 \frac{1}{\ln \frac{\tan \frac{\psi_1}{2}}{\tan \frac{\psi_o}{2}}} \int_{\psi_o}^{\psi_1} \sin 2\psi \ln \frac{\tan \frac{\psi_1}{2}}{\tan \frac{\psi}{2}} d\psi \quad (2.39)$$

S obzirom da je ukupna sila na zglob:

$$F = F_1 + F_2 \quad (2.40)$$

Zbrajanje izraza (2.36) i (2.39), i nakon rješenja integrala dobije se poznata formula Archibalda:

$$F = p_o \frac{\pi}{4} D_K^2 \frac{\cos \psi_o - \cos \psi_1}{\ln \tan \frac{\psi_1}{2} - \ln \tan \frac{\psi_o}{2}}. \quad (2.41)$$

Izraz (2.41) ima puno sličnosti s izrazom (2.8) za ravne prstenaste ležajeve.

PRIMJER 2.

Za usporedbu s ravnim ležajem potrebno je proračunati kuglasti ležaj (zglob) s istim odnosom dimenzija i istim podacima kao i u primjeru 1. s kutom $\psi_1 = 90^\circ$, tj. $D_1 = D_K$ i $D_o / D_1 = 0,6145$.

Računa se centralni reces:

$$\sin \psi_o = \frac{D_o}{D_K} = \frac{D_o}{D_1} = 0,6145 \quad \psi_o \approx 38^\circ$$

I odnos:

$$\frac{\tan \frac{\psi_1}{2}}{\tan \frac{\psi_o}{2}} = \frac{\tan 45^\circ}{\tan 19^\circ} = 2,91.$$

Prema tome je $\ln 2,91 = 1,068$, dok je za ravni ležaj odnos $\ln D_1 / D_o = \ln 1,627 = 0,487$. To znači da će se prema (2.24) i (2.33) za isti p_o , η i a protoci kroz ležaje odnositi (indeksi: k – kuglasti zglob, R – ravna papučica) ovako:

$$Q_K = Q_R \frac{0,487}{1,068} = Q_R 0,456$$

Odnosno protok kroz kuglasti ležaj (volumetrički gubici), bit će u pola manji nego kod ravnog ležaja istih odnosa dimenzija.

Ako se za $\psi_1 = 90^\circ$ i $D_1 = D_K$ usporede izrazi (2.8) i (2.41), dobit će se za iste sile F i iste dimenzije D_1 i D_o , odnos potrebnih tlakova za kuglasti zglob i ravnu papučicu:

$$\frac{P_{oK}}{P_{oR}} = \frac{1 - \left(\frac{D_o}{D_1}\right)^2 \ln \frac{\tan \frac{\psi_1}{2}}{\tan \frac{\psi_o}{2}}}{\cos \psi_o - \cos \psi_1} \frac{2 \ln \frac{D_1}{D_o}}$$

Što u ovom primjeru daje vrijednost:

$$\frac{P_{oK}}{P_{oR}} = 0,867.$$

Na osnovu ovog se može zaključiti da kuglasti ležaji imaju prednost pred ravnima, jer je za iste dimenzije potreban manji tlak, odnosno za isti tlak bit će potrebne manje dimenzije, a osim toga i protok kroz ležaj biti će znatno manji.

Analogno izrazu (21) za ravni ležaj i za $\alpha = 0$, može se i za kuglasti ležaj postaviti uvjet ravnoteže u slučaju pada tlaka od p_1 iznad klipa $D = 2R$ na p_o u recesu kuglastog zgloba:

$$\frac{p_1}{p_o} = \left(\frac{D_K}{D} \right)^2 \frac{\cos \psi_o - \cos \psi_1}{\ln \frac{\tan \frac{\psi_1}{2}}{\tan \frac{\psi_o}{2}}}$$

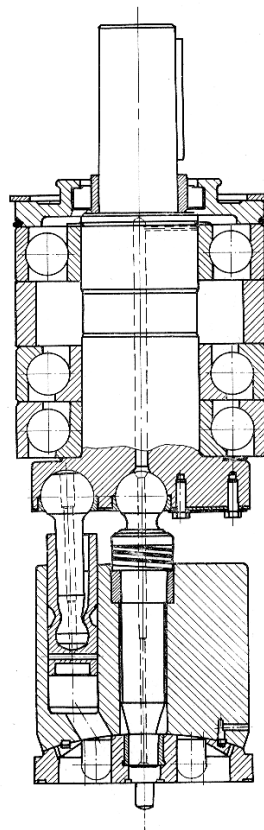
Ako se uzme omjer tlakova $p_1 / p_o = 1,019$ kao u primjeru 1. potreban omjer promjera kugle i klipa iznosi.

$$\left(\frac{D_K}{D} \right)^2 = 1,38 \quad D_K \approx 1,11D$$

To bi značilo da je za klip promjera $d = 20$ mm, potreban kuglasti zglob promjera $D_K = 22,2$ mm, dok bi za isti klip iz primjera 1. bila potrebna papučica promjera $D_1 = 26,05$ mm.

Iz ovoga se može zaključiti da kuglasti ležaji općenito omogućuju kompaktnije izvedbe hidrostatskih strojeva. Osim toga volumetrički gubici kuglastih ležaja su više nego li upola manji.

Na Slici 2.11 prikazan je poprečni presjek aksijalno klipnog stroja s nagnutim bubnjem, koji ima kao vezu između klipova i prirubnice pogonskog vratila izvedene kuglaste zglobove.



Slika 2. 11 Primjer izvedbe hidrostatskog stroja s kuglastim zglobovima

3 KONTROLA TRAJNOSTI LEŽAJEVA

3.1 PRORAČUN PROMJERA VRATILA

Temeljem momenta torzije, kojeg mora prenijeti vratilo aksijalno klipnog stroja, potrebno je odrediti minimalno potrebni promjer vratila. U prvoj fazi proračuna, nisu poznati elementi pomoću kojih bi se odredio moment savijanja vratila, pa se proračun provodi tako da se na temelju poznatog momenta torzije, uz odabrani materijal vratila, proračuna minimalni promjer vratila uz veliki faktor sigurnosti. Budući, da se hidrostatskim strojevima određuju dimenzije, a proizvodni program brojnih firmi stroji na raspolaganju, već sličnost s poznatim dovoljno je za utvrditi, nisu li proračunate vrijednosti u granicama koje nude poznati proizvođači.

Na temelju izraza za proračun naprežanja na torziju na vratilu:

$$\tau_t = \frac{T}{W_p} \leq \tau_{t,dop} \quad (3.1)$$

gdje je:

T - moment torzije na vratilu stroja, za pumpe je to ulazni moment kojeg dobije od pogonskog motora, a za hidromotore je to teorijski moment kojeg hidromotor može dati radnom stroju.

$$W_p = \frac{d_{vr}^3 \pi}{16} \text{ - polarni moment otpora presjeka vratila u mm}^3$$

$$\tau_{t,dop} = 15 \dots 40 \text{ N/mm}^2$$

odakle slijedi potreban promjer vratila:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{t,dop}}}$$

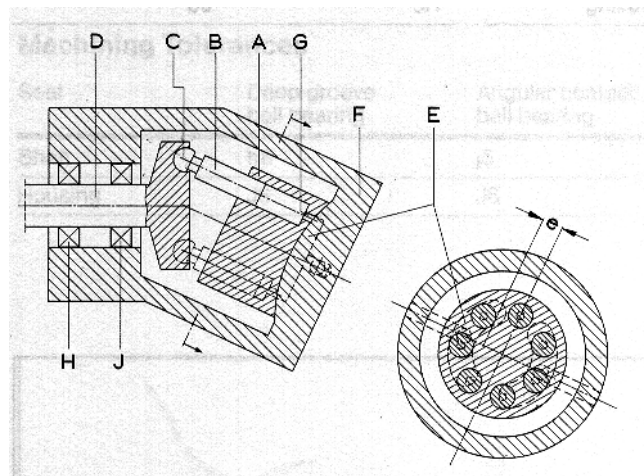
Minimalni promjer vratila potrebno je nakon toga usvojiti prema standardnim promjerima vratila.

⁴ Željko Orlić, Goran Orlić, *Osovine i vratila*, Zigo, Rijeka, 2004.

3.2 KONTROLNI PRORAČUN LEŽAJEVA

Kontrolni proračun ležaja pojednostavljen je i identičan je za sve aksijalno klipne strojeve. Rađen je prema preporuci FAG⁵.

U aksijalno klipnoj pumpi samo je dio cilindra pod visokim tlakom. Pojedinačne tlačne sile kombiniraju se u rezultirajuće opterećenje, koje djeluje **ekscentrično** na nagibnu ploču ili prirubnicu pogonskog vratila (ovisno o tipu aksijalno klipne pumpe).



Slika 3.1

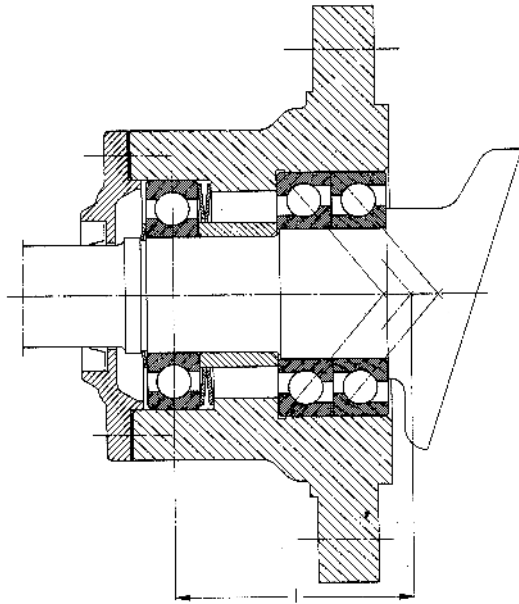
PRIMJER

Procijenjeni tlak stroja je $p = 100$ bara, maksimalna brzina vrtnje $n_{\max} = 3000 \text{ min}^{-1}$, radna brzina vrtnje $n = 1800 \text{ min}^{-1}$, promjer klipa $d = 20 \text{ mm}$, diobeni promjer u cilindarskom bloku $D = 59 \text{ mm}$, nagib cilindarskog bloka ili kose ploče $\alpha = 25^\circ$, broj klipova $z = 7$, udaljenost između linije opterećenja i osi rotacije (procjena) $e = 19,3 \text{ mm}$.

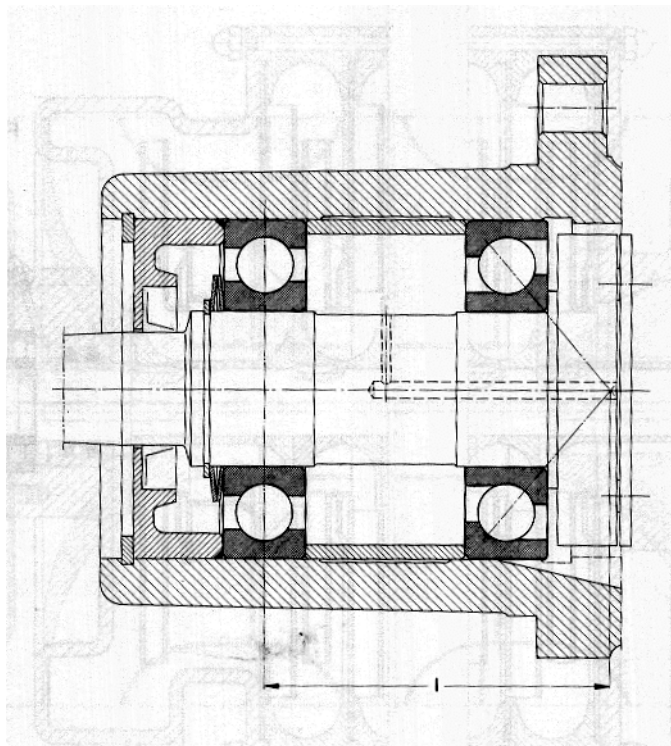
Izbor ležajeva

Kod relativne velike brzine vrtnje vratila, ležajevi **H i J**, moraju na sebe preuzeti reakcije iz proračunatog rezultirajućeg opterećenja. Ove zahtjeve mogli bi zadovoljiti kuglični ležajevi: u uležištenju H ležaj tip FAG 6208, a u uležištenju J dva kuglična ležaja tip FAG 7209B.UA u tandem kombinaciji (vidi Sliku 3.2).

⁵The Design of Rolling Bearings Mountings, FAG, Publ. No. WL 00 200/3 EA

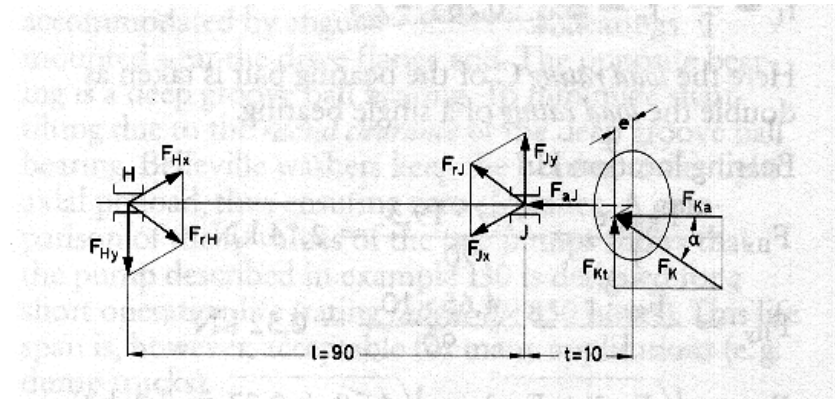


Slika 3.2 Primjer ugradnje ležajeva na vratilu aksijalno klipne pumpe s nagnutom pločom



Slika 3.3 Primjer ugradnje ležajeva za aksijalno klipnu pumpu s nagnutim bubnjem

Dimenzioniranje ležajeva



Slika 3.4

Pretpostavljajući da je polovica klipova opterećena, biti će ukupna sila tlaka:

$$F_K = \frac{z}{2} p \frac{d^2 \pi}{4} = 3,5 \cdot 10 \cdot \frac{20^2 \cdot \pi}{4} = 11 \text{ kN} \quad (3.1)$$

Za određivanje opterećenja na ležajevе, sila F_K rastavlja se na dvije komponente.

Tangencijalna komponenta:

$$F_{Kt} = F_K \cdot \sin \alpha = 11 \cdot \sin 25^\circ = 4,65 \text{ kN} \quad (3.2)$$

Aksijalna sila:

$$F_{Ka} = F_K \cdot \cos \alpha = 11 \cdot \cos 25^\circ = 9,97 \text{ kN} \quad (3.3)$$

Ove dvije komponente sila na klipu, proizvode radijalno opterećenje na ležajevе.

Ležaj na položaju J:

$$F_{Jx} = \frac{F_{Ka} \cdot e}{l} = \frac{9,97 \cdot 19,3}{90} = 2,14 \text{ kN} \quad (3.4)$$

$$F_{Jy} = \frac{F_{Kt} \cdot (l + t)}{l} = \frac{4,65 \cdot (90 + 10)}{90} = 5,17 \text{ kN} \quad (3.5)$$

$$F_{rJ} = \sqrt{F_{Jx}^2 + F_{Jy}^2} = \sqrt{2,14^2 + 5,17^2} = 5,59 \text{ kN} \quad (3.6)$$

Pored radijalnog opterećenja F_{rJ} ležaj je na položaju J izložen i djelovanju aksijalne komponente sile na klipovima, pa je:

$$F_{aJ} = F_{Ka} = 9,97 \text{ kN} \quad (3.7)$$

Ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja dobije se temeljem odnosa:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{9,97}{5,59} > 1,14 \text{ pa je } X = 0,35 \text{ i } Y = 0,57$$

$$P = 0,35 \cdot F_{rJ} + 0,57 \cdot F_{aJ} = 0,35 \cdot 5,59 + 0,57 \cdot 9,97 = 7,64 \text{ kN} \quad (3.8)$$

Za $C = 72 \text{ kN}$ i $f_n = 0,265$ (za $n = 1800 \text{ min}^{-1}$), indeks dinamičkog naprežanja jest:

$$f_L = \frac{C}{P} \cdot f_n = \frac{72}{7,64} \cdot 0,265 = 2,5 \quad (3.9)$$

dinamička je nosivost C para ležajeva uzeta kao dvostruka vrijednost dinamičke nosivosti jednog ležaja.

Ležaj na položaju H:

$$F_{Hx} = \frac{F_{Ka} \cdot e}{l} = \frac{9,97 \cdot 19,3}{90} = 2,14 \text{ kN} \quad (3.10)$$

$$F_{Hy} = \frac{F_{Kt} \cdot t}{l} = \frac{4,65 \cdot 10}{90} = 0,52 \text{ kN} \quad (3.11)$$

$$F_{rH} = \sqrt{F_{Hx}^2 + F_{Hy}^2} = \sqrt{2,14^2 + 0,52^2} = 2,2 \text{ kN} \quad (3.12)$$

Ekvivalentno dinamičko opterećenje za odabrani tip kugličnog ležaja jest:

$$P = F_{rH} = 2,2 \text{ kN} \quad (3.13)$$

Za $C = 29 \text{ kN}$ i $f_n = 0,265$ (za $n = 1800 \text{ min}^{-1}$), indeks dinamičkog naprežanja jest:

$$f_L = \frac{C}{P} \cdot f_n = \frac{29}{2,2} \cdot 0,265 = 3,49 \quad (3.14)$$

Preporučeni indeksi f_L za aksijalno klipne strojeve su od 1 do 2,5. Prema tome odabrani ležaji zadovoljavaju.