4. HIDROSTATIKA

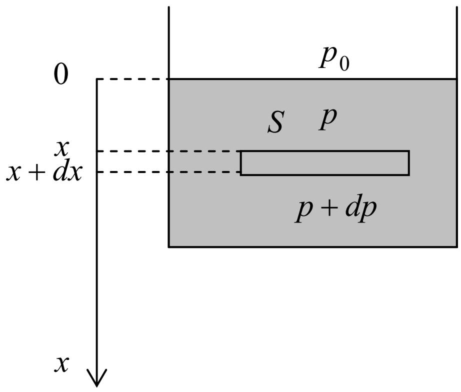
Hidrostatika se bavi proučavanjem ponašanja tečnosti u stanju mirovanja. Tečnosti uvek zauzimaju oblik suda u kome se nalaze i ne trpe napone na smicanje. Dejstvo tečnosti na zid suda uvek mora biti normalno na njegovu površinu. Slobodna površina tečnosti uvek je upravna na rezultantnu silu koja na nju deluje. Iz tog razloga ako na tečnost, u sudu, deluje samo gravitaciona sila slobodna površina tečnosti je u horizontalnom položaju.

4.1 Pritisak u tečnosti

Paskvalov zakon: U izolovanoj tečnosti, pritisak se podjednako prenosi u svim pravcima. Ovaj pritisak se naziva hidrostatički pritisak.

4.2 Tečnost u gravitacionom polju

Kako gravitaciono polje deluje na svaku česticu tečnosti pritisak u donjim slojevima tečnosti, usled težine čestica, je veći nego u gornjim (vidi sliku 4.1).



Sl. 4.1

Posmatrajmo deo tečnosti na dubini x, površine S i debljine dx. Težina tog dela tečnosti mora biti uravnotežena sa rezultantom silom kojom ostatak tečnosti deluje na uočeni deo>

$$dmg = (p + dp - p)S \,. \tag{4.1}$$

Kako je:

$$dm = \rho S dx \,, \tag{4.2}$$

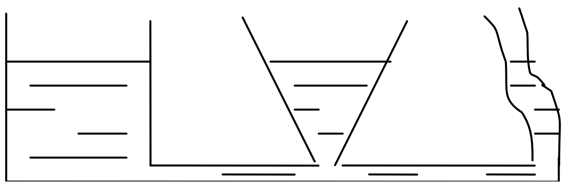
iz (4.1) i (4.2) sledi da je hidrostatički pritisak na dubini x od slobodne površine tečnosti:

$$dp = \rho g dx \Rightarrow p = \rho g x \,. \tag{4.3}$$

Apsolutni pritisak na dubini x iznosi:

$$p_a = p_0 + \rho g x \,, \tag{4.4}$$

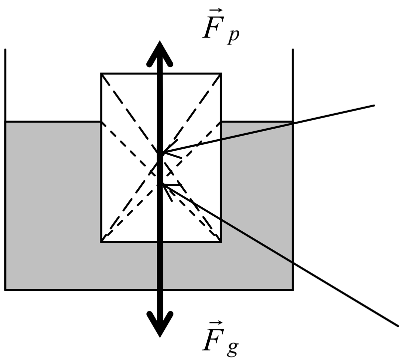
gde su ρ, p_0 gustina tečnosti i atmosferski pritisak pri datim uslovima, respektivno. Hidrostatički pritisak na dnu suda zavisi samo od visine vertikalnog suba tečnosti, a ne i od oblika suda (vidi sliku 4.2).



Slika 4.2 *Hidrostatički pritisak je isti na dnu sva tri suda*

4.3 Potisak kod tečnosti

Sila kojom tečnosti deluju na tela potopljena u njih naziva se *silom potiska*. Po intenzitetu sila potiska je jednaka težini telom istisnute tečnosti. Napadna tačka sile potiska nalazi se u težištu potopljenog dela tela. Za homogena i simetrična tela napadna tačka je u centru simetrije. Smer dejstva je nasuprot smera gravitacione sile (vidi sliku 4.3). Ukoliko je gustina tela veća od gustine tečnosti telo tone, ako je manja telo pliva, a ako su gustine iste telo je u ravnoteži i ostaje da lebdi u mestu na kom se postavi.



Slika 4.3 *Uz definicuju sile potiska*

Intenzitet sile potiska je:

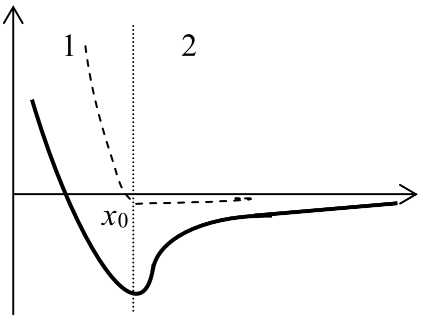
$$F_p = \rho V_p g \,, \tag{4.5}$$

gde su ρ i V_p gustina tečnosti i zapremina potopljenog dela tela, respektivno.Ukoliko se telo, koje pliva, izvede iz ravnotežnog položaja napadne tačke sile potiska i gravitacione sile ne leže više na istoj vertikali. Tačka u kojoj pravac sile potiska seče osu simetrije naziva se *metacentar*. Telo kada pliva ponaša se kao da je obešeno u metacentru.

Sila potiska i gravitaciona sila, koje su istog intenziteta i suprotnog smera, obrazuju spreg sila koji teži da obrne telo. Ako je metacentar iznad težišta tela spreg će težiti da telo vrati u prvobitni položaj. Ukoliko je metacentar udaljeniji od težišta plivanje je stabilnije. Ako je metacentar ispod težišta tela spreg prevrće telo.

4.4 Površinski napon

Molekuli u tečnostima, koje nisu izložene dejstvu spoljašnjih sila, nalaze se u okruženju istorodnih molekula na ravnotežnom rastojanju x_0. Ukoliko tečnost sabijamo malekuli dolaze na rastojanja manja od ravnotežnog i među njima se javljaju odbojne međumolekulske sile koje su reda veličine 10^{38} puta većeg intenziteta od gravitacione sile kojom se privlače. Ravnotežnom rastojanju x_0 odgovara minimum potencijalne energije (vidi sliku 4.4). Različite tečnosti (u opštem slučaju fluidi) imaju različite vrednosti ravnotežnog rastojanja i različite vrednosti intenziteta međumolekulskih sila. Molekuli, koji se nalaze na površini tečnosti, opkoljeni su samo sa donje strane istorodnim molekulima. Ti molekuli su u stalnom procesu kretanja i mogu na račun smanjenja svoje kinetičke energije povećavati međumolekulska rastojanja, odn. povećavati potencijanu energiju. To ima za posledicu da površina tečnosti ima veću potencijalnu energiju od unutrašnjih slojeva tečnosti.



Sika 4.4 *Punom linija-potencijalna energija, isprekidana-međumolekulska sila. 1-oblast odbojne sile, 2-oblast privlačne sile.*

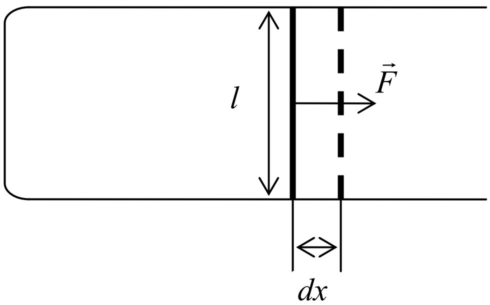
Spontana težnja, u prirodi, za minimumom potencijalne energije usloviće da slobodna površina tečnosti ima mminimalnu vrednost. *Kap vode teži sfernom obliku, jer od svih tela iste zapremine sfera ima najmanju površinu.* Ovaj efekat smanjivanja granične površine javlja se između bilo koja dva fluida i naziva se *površinski napon* (naziv je dobio po sličnoj težnji zategnute membrane od gume, mada su u pitanju dva različita efekta).

4.4.1 Koeficijent površinskog napona

Ukoliko želimo da povećamo slobodnu površinu tečnosti moramo uložiti rad. Površinu povećavamo na taj način što molekuli iz unutrašnjih slojeva dolaze na površinu. To znači da će jedinica slobodne površine tečnosti sadržati uvek isti broj površinskih molekula, odnosno da površinska energija po jedinici površine ima konstantnu vrednost. Kako uloženi rad ide na povećanje površinske energije tečnosti iz gore navedenog zaključujemo da je:

$$dA/dS = dE_p/dS = const = \gamma\ , \tag{4.6}$$

gde je γ - koeficijent površinskog napona. Jedinica za γ u SI je $J/m^2 = N/m$. Odredimo silu kojom treba vući pokretni deo žičanog rama, prethodno potopljenog u sapunicu, dužine l da bi povećali slobodnu površinu sapunice, imajući u vidu da se opna od sapunice obrazuje i sa gornje i sa donje strane rama.



Da bi povećali površinu membrane od sapunice za iznos $2dS$ (povećavamo površinu i sa gornje i sa donje strane) ulažemo rad:

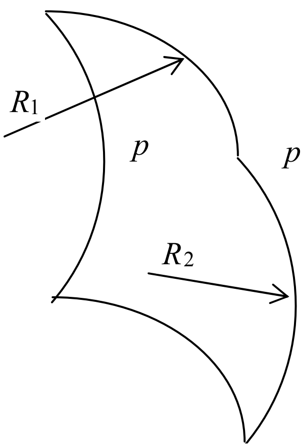
$$dA = Fdx\,. \tag{4.7}$$

Kako je $dS = ldx$ (vidi sliku 4.5), iz (4.6) i (4.7) sledi:

$$Fdx = \gamma 2ldx \Rightarrow F = 2\gamma l\,. \tag{4.8}$$

Slika 4.5 *Uz izračunavanje sile površinskog napona*

4.5 Pritisak u krivim graničnim površinama-Laplasova formula



Slika 4.6 *Uz definiciju krivinskog pritiska*

Za proizvoljnu graničnu površinu koja ima uzajamno normalne poluprečnike krivina R_1 i R_2, kao na slici 4.6, razlika pritisaka s leve i desne strane krive površine ($p > p_0$, jer je kriva ispupčena na desnu stranu) iznosi:

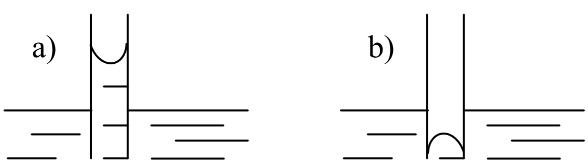
$$p - p_0 = \gamma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \tag{4.9}$$

Izraz u (4.7) je Laplasova formula.

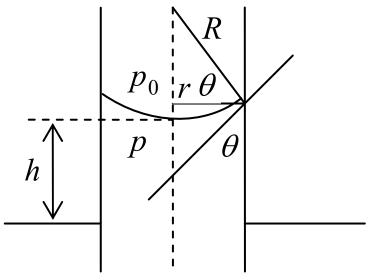
Za cilindričnu razdvojnu površinu ($R_1 = R,\ R_2 \to \infty$) razlika pritisaka je: $p - p_0 = \gamma/R$, a za sfernu: $p - p_0 = 2\gamma/R$ ($R_1 = R_2 = R$).

4.6 Kapilarne pojave

Kapilara je svaka cev poluprečnika manjeg od 1mm. U njima se tečnost ne ponaša po zakonu spojenih sudova , odn. nivo tečnosti u kapilari nije isti kao u slobodnoj površini tečnosti u koju je kapilara uronjena. Obrazovana površina tečnosti u kapilari naziva se meniskus. Posmatračemo dva slučaja kapilarnih pojava: a) kapilarnu atrakciju-kada je nivo tečnosti u kapilari veći od nivoa tečnost u koju je kapilara uronjena i b) kapilarne depresije-kada je nivo tečnosti u kapilari manji nego nivo tečnosti u koju je kapilara uronjena (vidi sliku 4.7).



Slika 4.7 *Kapilarna atrakcija i depresija*



Slika 4.8a Kapilarna atrakcija

a) Nivo tečnosti u kapilari je na visini h iznad slobodne površine tečnosti. Poluprečnik kapilare r i poluprečnik meniskusa R zaklapaju ugao θ, što je ujedno i ugao kvašenja tečnosti (ugao koji meniskus zaklapa sa zidom kapilare). Sa slike 4.8a uočavamo da je:

$$R = r/\cos\theta \,. \tag{4.10}$$

Na osnovu Laplasove formule:

$$p_0 - p = 2\gamma/R \,, \tag{4.11}$$

gde je p_0 vrednost pritiska iznad meniskusa, a takođe i iznad slobodne površine tečnosti. p je pritisak neposredno ispod meniskusa. Veza između pritisaka p i p_0 sledećeg je oblika:

$$p_0 = p + \rho g h \,. \tag{4.12}$$

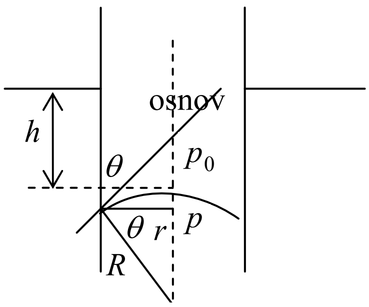
Iz (4.10)-(4.12) sledi da je visina do koje se penje tečnost u kapilari:

$$h = \frac{2\gamma\cos\theta}{\rho g r} \,. \tag{4.13}$$

Ukoliko tečnost potpuno kvasi zidove kapilare ($\theta = 0^0$):

$$h = \frac{2\gamma}{\rho g r} \,. \tag{4.13a}$$

b)



Slika 4.8b Kapilarna depresija

Nivo tečnosti u kapilari je na visini h ispod slobodne površine tečnosti. Poluprečnici kapilare i meniskusa su u relaciji kao i u prethodnom slučaju. Na osnovu Laplasove formule:

$$p - p_0 = 2\gamma/R \,, \tag{4.14}$$

gde je p_0 vrednost pritiska iznad meniskusa, a takođe i iznad slobodne površine tečnosti. p je pritisak neposredno ispod meniskusa. Veza između pritisaka p i p_0 je sledećeg oblika:

$$p = p_0 + \rho g h \,. \tag{4.15}$$

Iz (4.10), (4.14) i (4.15) dobija se izraz za visina do koje se spušta tečnost u kapilari koji je identičan izrazima u (4.13) i (4.13a).